

12701

MAGYAR NEMZETI MUZEUM
ORSZAGOS SZÉCHÉNYI KÖNYVTÁRA



OLVASÓTERMI KÉZIKÖNYVTÁR

017331

KIKÖLCSÖNÖZNI NEM SZABAD

OSZK

Országos Széchényi Könyvtár

**TUDOMÁNYOS
ZSEBKÖNYVTÁR**

1376

Dr. LÉVAY EDE

Algebrai példatár

115/a
szám

**STAMPFEL-féle
KÖNYVKIADÓHIVATAL**

Kettős
szám



RÉVAI TESTVÉREK
IRODALMI INT. R. T.
NYOMDÁJA
BUDAPEST V.
ÜGYNÖK-
UTCA
8.

Algebrai Példatár

Összeállította

Dr. LÉVAY EDE

tanker. kir. főigazgató

HATODIK KIADÁS

BUDAPEST

STAMPFEL-FÉLE KÖNYVKIADÓHIVATAL

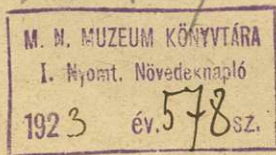
(Révai Testvérek Irodalmi Intézet R. T.)

VIII., Üllői-út 18.

~~12. 401/45a~~
~~404 ac.~~



12. 401/45a



Révai Testvérek Irodalmi Intézet R.-T. Nyomdája
Budapest, V., Ügynök-utca 8.
11500.

ELSŐ RÉSZ.

1. §. Bevezetés az algebrába. Az algebra jelei.

1. Kijelölés után végezzük el a következő műveleteket, mennyi: 17 és 9 összege; 27 és 15 különbsége; 8 és 9 szorzata; 36 és 9 hányadosa; 7-nek négyzete; 3-nak köbe.
2. Jelöljük ki: a és b összegét; x és y különbségét; m és n szorzatát; p és q hányadosát; a és b összegének négyzetét; c és d különbségének köbét.
3. Jelöljük ki p és q összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának, négyzetének, köbének 2, 3, 4, 5, m , $6n$, $3x^2y$ -szorosát.
4. Jelöljük ki a és b összegének c és d különbségével való szorzatát, hányadosát.
5. Jelöljük ki azt, hogy a -hoz hozzáadandó b és c összege; hogy a -ból levonandó m és n különbsége; hogy a és b összegéből levonandó x és y különbsége.
6. Fejezzük ki 57-et, mint 6-nak valamely számmal való szorzatából s egy más számból alkotott összeget.
7. Fejezzük ki 62-t, mint 9 nek valamely számmal való szorzatából s egy más számból alkotott különbséget.
8. Mennyi: $29 + (3 + 7)$; $36 - (5 + 8)$; $(42 + 27) - (56 - 12)$?
9. Mennyi: $(5 + 8)(12 - 10)$; $(3 + 5)^2$; $(1 + 3)^3$; $[56 - (12 + 8)] : 9$?

Jegyzet. Az eredeti példák kiegészítésére *Hartl*, *Bardey*, *Salomon*, *Reidt*, *Schubert*, *Bourget*, *Vacquant*, *André*, *Neven*, *Beke-Reif* gyűjteményei és a különböző intézetekben, különböző években kitűzött érettségi feladatok szolgáltak.

- 10.** Milyen számot nyerünk, ha 15-ből 18-at, vagy 25-ből 42-öt levonunk? Jelöljük ki a műveletet és az eredményt.

Mivel egyenlő:

- 11.** $[57 + (42 - 36) - (2 + 7) 5 - 12]$;
12. $[54 - (7 + 13) - 2] : 8$; **13.** $(5 + 8) \cdot 12$;
14. $[136 - (57 + 72)] (7 - 5)$;
16. $\{35 - [56 - (27 + 9)] - 3\} : 4$;
17. $6^3 - 2 \cdot 3^3 + (10 - 22)$; **18.** $17 - (3 + 4)^2$;
19. $5 \cdot \{84 - [6 \cdot 5 + (7 - 2 + 1)] - 44\}$;
20. $\{48 - [26 + (24 - 18)]\} : (15 - 11)$;
21. $[4 \cdot 5 - 3 (7 - 2)] : [8 - (11 - 8)]$;
22. $\{572 - [426 + (58 - 40)] - 2\} : \{75 - [10 \cdot 3 + (4 \cdot 5 - 5)] - 16\}$;
23. $[(26 + 7) \cdot 3 + 6] : 35$;
24. $\{[(8 + 7) (9 - 6) + 4] : 7 + 9\} : 8$;
25. $\{[(9 + 15) \cdot 6 - 44] + 21\} : \{[(3 + 9 - 5) + 7] - 3\}$.

Keressük a következő kifejezések számértékét, ha $a = 45$:

- 26.** $3a - (a + 19) + (a + 7)$; **27.** $(a + 5)(a - 31) + a : 15$;
28. $[(2a - 50)(3a - 75) - (a - 33)^2] : [(a + 5) - 3]$;
29. $9a - (36 - a + 72) + (a - 36)^2 - (2a - 85)^3 + (a + 16)$;
30. $(a + 3)(a - 3) - 40 \cdot (a - 16) + (5a - 216) - a^2$.

Keressük a következő kifejezések számértékét, feltéve, hogy $x = 10$, $y = 5$, $z = 2$, $u = 1$:

- 31.** $x(y - z + u)$; $xy - z + u$; $x[y - (z + u)]$;
32. $(x + y)(z - u)$; $x + y(z - u)$; $(x + y)z - u$;
33. $x - yz + u$; $(x - y)(z + u)$; $x - y(z + u)$.

Tudva a kamatszámítás képleteit, minő értékeket nyerünk az ismeretlenek számára, ha:

- 34.** $t = 500$ K, $p = 3\frac{1}{2}\%$, $n = 72$ nap;
35. $k = 18$ K, $p = 4\%$, $h = 5$ hó;
36. $t = 370$ K, $k = 27$ K, $p = 5\%$.
37. $t = 1000$ K, $p = 6\%$, $k = 43$ K?

Mennyi tér esik két párhuzamos oldalú négyzet közé, ha e négyzetek egy-egy oldala:

38. $A = 45 \text{ cm}$, $a = 40 \text{ cm}$; $A = 17.5 \text{ cm}$, $a = 15.7 \text{ cm}$.

39. $A = 32.5 \text{ m}$, $a = 28.5 \text{ m}$; $A = 57.6 \text{ m}$, $a = 52.5 \text{ m}$?

A körgyűrű területe: $t = \pi(R^2 - r^2)$, mennyi az, ha:

40. $R = 25.5 \text{ cm}$, $r = 20.5 \text{ cm}$; $R = 62.5 \text{ m}$, $r = 57.5 \text{ m}$?

41. $R = 36 \text{ mm}$, $r = 28 \text{ mm}$; $R = 19 \text{ mm}$, $r = 16.5 \text{ mm}$?

A henger térfogata: $T = r^2 \pi m$; mennyi az, ha:

42. $r = 2.5 \text{ dm}$, $m = 8 \text{ dm}$; $r = 5 \text{ mm}$, $m = 3 \text{ cm}$?

43. $r = 6 \text{ m}$, $m = 12 \text{ m}$; $r = 0.5 \text{ dm}$, $m = 5 \text{ dm}$?

Számítsuk ki a következő kifejezéseket, ha $a = 10$, $b = 8$, $c = 5$:

44. $(ab - c) : c$; $(a + b + 2c) : [(b - 1) - (c - 2)]$.

45. $a[b - (b - c)]$; $(a + b + c)(a + b - c) + c^2$.

46. $a^2 - b^2 + c^2$; $a^3 - b^3 - c^3$; $2a^3 - 5b^2 + 3c^3$.

Legyen: $x = 30$, $y = 20$, $z = 12$; mennyi akkor:

47. $(3xz + yz) : z$; $(xz + yz + x + y) : (x + 1)$?

48. $(x^2 - y^2 + 2yz - z^2) : (x + y - z)$; $(x + 8)(y + 2) : (z + 7)$?

Legyen $x = 2$; mennyi akkor:

49. $(4x^3 - 5x^2 + 3x + 1)(x^2 + x + 1)$?

50. $[(x + 5)^2 - (x + 3)^2 - (x + 2)^2]^2$?

51. $(3x + 2)^3 - (3x - 1)^3 + 2(x - 1)^3$?

52. $[(4x^5 - 3x^4 + 4x - 12) : (x^2 - 2x + 2)] : (x^3 + 2x + 11)$?

Ha $a = 3$, mennyi akkor:

53. $\frac{a^3 + 2a - 12}{a^2 - 2a + 3} \cdot \frac{a^3 + 5a^2 - 18a + 2}{9a^2 - 32a + 25}$?

54. $(a^2 + 4a + 3) : \frac{a^2 + 7a + 12}{a^2 + 5a + 4}$?

55. $\frac{14 - 3a}{3} - \frac{4}{3a - 3} + \frac{4a^2}{3(2a - 1)} - \frac{1.5a}{a - 0.5} + \frac{a - 1}{5}$

56. $a = 5$, $b = 2$; mennyi: $[(3a)^2 b^3 - 3a^2 b^3] [(3ab)^2 - 3ab^2] : (5a^2 b^4 + 8)$?

57. $m = 4$, $n = 3$, $a = 2$, $x = 5$; mennyi: $4man - (2m - n)a^{n-2} \cdot x^2 - (2m - n)ax^n + m(x^m - x^n - (m + n)a^3)$?

58. $x=4$, $y=3$, $z=2$; mennyi: $(3x^2y^2 - 5xyz^3 + 2y^2z^3) : (2xy - 2z^3)$?
59. Tüntessük fel, hogy a és b összege annyi mint c ; hogy m nagyobb, mint n ; hogy $a-b$ kisebb, mint d ; hogy p végtelen naggyal egyenlő; hogy mit nyerünk, ha a -ból a -t kivonjuk?
60. Olvassuk visszafelé, hogy: $56 = y$; $m > n$; $p < q$; $a + b < \infty$; $0 < r + s$; $0 > -7$.

2. §. Algebrai mennyiségek összeadása és kivonása.

Végezzük el a következő összeadásokat:

- $8x + 13x$; $7x + (-3x)$; $8x + (9x - 5x)$.
- $3a + (-4a) + 5a$; $m + [m + (m + n + p)]$.
- $6x + 4y - 5x + 3y + 2x - 8y + x$; $3x^2y + (5xy^2 - 3xy^2) + x^2y$.
- $3a^2b + 5a^2b - 6a^2b$; $(4 - 3m + 4n) + (5 + 2m - 3n)$.
- $5x + 3y + (4x + 2y)$; $3a + 8a + (5a - 2a) + 6a$.
- $8x - 5y + 9z - 6u$ 7. $7a - 5b + 4c - d$
 $- 3x + 7y - 6z + 5u$ $- 5a + 8b - 2c + 9d$
 $x - y + z - u$ $3a - 2b - 6c - 3d$
- $3 \cdot 8x + 4 \cdot 7y + 7 \cdot 2z$ 9. $8ax - 3bx - 12abx$
 $5 \cdot 9x + 6 \cdot 8y + 3 \cdot 1z$ $5ax - 4bx - 6abx$
 $0 \cdot 3x + 3 \cdot 5y = 9 \cdot 7z$ $3ax + 6bx + 10abx$
- $2a^2b + 8a^2b^2 + 18ab - bc$
 $- 4a^2b + 2a^2b^2 - 8ab + 16bc$
- $3x^2y - 5xy^2 + 4xy$
 $- 2x^2y + 8xy^2 - 3xy$
 $7x^2y + 2xy^2 + xy$
- $5xmyn - 3xmyn + 2xmyn - 3xmyn$.
- $(15ab - 13mn + 3pq) + (-8ab + 8mn - 8pq)$.
- $(3a^2b + 5a^2b^2 - 7a^2b^3 - 9ab^4 + 2b^5) + (5ab^4 - 2b^5 - 2a^2b - 3a^2b^2) + (2a^2b^2 + 5b^5 - 5a^2b^2 - 3ab^4)$.
- $(3 - 2x^2) + \{ - 3x^2 + 5 + [4x + (x^2 - 8)] + (5x^2 + 11x) \}$.

Ha $A = 5x - 2y + 3z$; $B = -3x + 7y - 8z$;
 $C = 2x + 4y + 6z$; $D = 6x - 6y - 2z$; mennyi
 akkor:

16. $A + B + C$; **17.** $A + B + D$; **18.** $B + C + D$;

19. $A + C + D$; **20.** $A + B + C + D$?

Végezzük el a következő kivonásokat:

21. $8a - 3a$; $13y - (2y + 7y)$; $(2x + 8) - (+7)$.

22. $(a^2b^2c - 5cd) - (-2a^2b^2c - 7cd)$; $7x^2y^2 - 12x^2y^2$.

23. $5x - (-5x)$; $(7a + 12b + 3c) - (5a + 10b + 2c)$.

24. $(5x + 14y - 6z) - [3x - (8x - 9y + 7z)]$.

25. $4x - [(a - 4x) + (3y + 17a) - (15x + 2y)]$.

26. $(25a - 18b) - \{3b - [4a - (5b - 6c)] - 8c\}$.

27. $8x^2 - \{5x + [3x^2 - (6x^2 + 12x^2)] + 9x^3\}$.

28. $(25m - 10n) - \{10m - [4m - (2m - 6n)] + 4n - 16m\}$.

29. $x - \{y - [(x + u) + y - (x - u)] + x + 2u\}$.

30. $M = 5a^6b^2 - 2a^5b^3 - 7a^4b^4 + 3a^3b^5 - 4a^2b^6$;
 $N = -2a^5b^3 + a^4b^4 - 3a^6b^2 + 7a^3b^5 - 3a^2b^6$;
 mennyi $M - N$? Helyettesítsük az eredménybe
 az $a = 3$, $b = 2$ értékpárt.

31. Az apa 52 éves, fia 18; mennyi volt köztük a
 korkülönbség x év előtt?

32. Bizonyos munkás a koronát keres naponként s
 azt a szükségleteit fedező b koronán kívül meg-
 takarítja; mennyi pénze lesz egy hét, egy hó,
 egy év múlva?

33. $2.87965 - (0.98767 - 2) = ?$

34. $(0.73254 - 1) - (0.98765 - 3) = ?$

Ha: $A = 0.38572 - 2$; $B = 0.96504 - 3$;
 $C = 0.18779 - 1$; mennyi akkor:

35. $A + B - C$; **36.** $A - B + C$; **37.** $-A + B + C$;

38. $-(A + B + C)$?

Ha: $A = -7x - 4y + 5z$; $B = 9x - 5y + z$;
 $C = 3x + 8y - 2z$; mennyi akkor:

39. $A - (B + C)$; **40.** $A - B + C$?

41. Melyik az a szám, mely $(-7x + 5y - 3z)$ -vel
 kisebb, mint: $8x + 3y - 6z$?

$$42. x^5 - 3x^4 - 7x^3 + 5x^2 + 3x - 8 - [8x^4 - 3x^3 - 13 - (x^5 - 3x^2 + 7x - 8)] = ?$$

$$43. 9x^3 + 7x^2 - 5x + 3 - (1 + 2x + x^2) - (2 - 7x + 10x^2 + 8x^3) = ?$$

$$44. \left\{ \begin{array}{l} 6a - 5b + 9c \\ -3a + 2b - 4c \\ 7a - 5b - 2c \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} 8a - 6b - 7c \\ -5a + 2b - 8c \\ 2a - 3b + 15c \end{array} \right\} = ?$$

$$45. \left\{ \begin{array}{l} 16x^2 - 12x + 8 \\ -7x^2 + 9x - 15 \\ 19x^2 - 36x + 44 \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} 4x^2 - 13x + 64 \\ 11x^2 - 13x - 42 \\ 13x^2 - 13x + 16 \end{array} \right\} = ?$$

Végezzük el a következő összevonásokat:

$$46. 18x^2y^3 - [5x^2y^2 - (22x^2y^2 + 5x^3y^2)] + 8x^2y^2.$$

$$47. x^5 - (-5x^2 - 3x^3) + (-4x^3 - 5x^5).$$

$$48. 10x - [3x - 5y - (-x + 7y) + (2x + 11y) + (3x - 8y) - (-2x - 9y)].$$

$$49. (3a + 5b) - [(7a - 3b) - (5a - 7b)] + (a - b).$$

$$50. (3x + 5y - 7z) + (4x - 9y - 5z) - (x - 3y - 4z) - (-7x + y - 8z) - (12x - 2y - z).$$

$$51. (15x - 32y - 25z) - [6y + 4z - (7x + 33y - 24z)] + (15x - 7z) - [6z - (11y + 9x) - (56z - 1(y + 8x))] - (3x - 7y).$$

$$52. (2x - 2y) - (x - y - 2z) + (6x - 5y) - [7y - (3y - 4x + 8z)].$$

$$53. \text{Melyik kifejezés nagyobb } (5y - 8x)\text{-el, mint } (2x - 3y) \text{ és } (7x - 8y) \text{ különbsége?}$$

$$54. \text{Melyik kifejezés kisebb } (3m + 5n - 7p)\text{-vel, mint } (8m + 6n - 3p) \text{ és } (5m - n - 4p) \text{ összege?}$$

$$55. (13a + b - 5) - \{ 4a - 7b + 3 + [a + 5b - 2 - (3a - b + 5) - (8a + 2b + 2)] \}.$$

$$56. 4x^3 + 6ax^2 + 7a^2b + 3c^2 + (-6a^2b + 8x^3 - 9c^2 + 15ax^2) - (7c^2 + 3a^2b + 8x^3 - 9ax^2) + (12c^2 - 9ax^2 + 3a^2b - 5x^3).$$

Ha $A = 8x - 4y$; $B = 4x + y$; $C = 5x - 2y$; $D = 3x + 6y$; $E = -2x + 4y$; $F = -5x - 3y$; mennyi akkor:

$$57. A + B - (C - D) + (E - F);$$

$$58. A + [B - (C - D) + (E - F)];$$

59. $B = \{A - [D + C - (E - F)]\}$;
60. $F = \{E - [A + (B - C) - (D - A)] + B\}$?
61. $[(8a - 3b) - 5b + 6] - [(5a - 7b) - (3a - 6) - (6a - b)]$.
62. $(32 - 2a) - \{14a - [16a - (20a - 10)]\} - \{16 + 2a - [34a + 10 - (12 - 2a)] - (10a + 20)\}$.
63. $[6m^5n^2 - (8n^3p^4 - 18m^4p^5)] + [(8n^3p^4 - 24m^4p^5) - (4m^5n^2 - 6m^4p^5)]$.
64. $(3a^5x - 7a^4x^2 + 5a^3x^3 + 2a^2x^4 - 9ax^5) + (5a^4x^2 - 2a^5x + 3a^2x^4 + 4ax^5 - 9a^5x^5) - [(2a^5x^3 + 7a^5x + a^2x^4 - 3a^4x^2) - (a^4x^3 - 6a^5x - 7a^2x^3 - 5ax^5 + 4a^2x^4)]$.
65. $(6x^2 - 14x + 2) - [10x^2 + 16x - (6x^2 + 4x - 18) + (4x^2 - 2x + 2) - (2x^2 + 26x + 22)]$.
66. $a - [5b + (c - 3a) - 4b] + [6a - (3b + 2c)]$.
67. $(3a - 4b + 2c) + (5a + 2b - c) - (a - 3b + 2c) - (-a + 2b - 5c)$.
68. $(6 \cdot 5x + 2 \cdot 8y) - [3 \cdot 5x + 5 \cdot 2y + (2x - 7 \cdot 4y) - (4x - 3y)]$.
- Ha $A = 2x^2 - 3xy + 5y^3$; $B = -5x^2 + xy - 4y^3$; $C = -2x^2 - 4xy + 2y^2$; $D = 5x^2 + 5xy - 4y^2$, mennyi akkor:
69. $B - (C + D) + A$; 70. $D - (A - B) - C$;
71. $A + (B + C) - D$; 72. $-(A - B) - (C - D)$;
73. $-A + B - C + D$; 74. $A + D - (C - B)$?
75. Mi a számértéke a nyert eredményeknek, ha $x = 3$, $y = 2$, $z = 1$?

3. §. Algebrai mennyiségek szorzása.

Végezzük el a következő szorzásokat:

- $(-3) \cdot 5$; $a \cdot (-b)$; $a \cdot a \cdot a \cdot a$; $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$; $a^3 a^5$.
- $(-a) \cdot (-b)$; $-3)^5 \cdot (-4)$; $3x^2y \cdot 5xy^2$; $5a^3b \cdot (-15ab)$.
- $(-9x^5y^2z) \cdot 3xy^3z^5$; $4x \cdot 5x \cdot 9x$; $7a^3 \cdot 5a^4 \cdot 3a^5$.
- $a^m + 4 \cdot a^m - 8$; $3a^2x^3 \cdot 5a^5x^4 \cdot 7a^4x^5$; $x^m + p \cdot x^m - p$.
- $8x^a - 8 \cdot 5x^7 - a$, $-3x^{2a} + 4$, $-x^7 - a$, $9x^{1-a}$.

6. $-9a^3b^4c^5$. $-7a^2b^5c$; $-12m^x+3$. $-2m^{x-4}$. $5m^6-2x$.
7. $0.5xy^2$. $-0.5x^2y$. $-0.5x^2y^2$; $3.6am$. $4.2am+1$. $2.5am+2$.
8. $(a+b) \cdot m$; $(x-y) \cdot n$; $(3x^2y+5x^3y^2+x^4y^3) \cdot 2xy$.
9. $5 \cdot (x^2-2x+7)$; $4x(ax^2+bx+c)$; $[2m-(m+2)] \cdot 9m$.
10. $8(x^2+3x+1)+12(2x^2-6x+7)-15(-x^2+9x+3)$.
11. $(xz+xy+yz) \cdot 2xyz$; $(x+y)(x+y)$; $(x-y)(x-y)$.
12. $(a+b)(a-b)$; $(x+5)(x+9)$; $(a-3)(a+6)$.
13. $(m+2n)(2m+n)$; $(m-5)(m-7)$; $(6x+3y)(2x-5y)$.
14. $(2x-4z)(2x-4z)$; $(x+y-z)(x+y-z)$.
15. $(3x^2+2y)(3x^2-2y)$; $(3m+5n-p)(2m-2n+3p)$.
16. $(5a^2b-2ab+5ab^2) \cdot (a-b)$; $(a^m+bn)(am-bn)$.
17. $(x^2-2x+4)(x^2+5x+1)$; $(5x^2-y)(5x^2+y)$.
18. $(x^2+4x+4)(5x^2-4x+5)$; $(2x-3)(2x-3)$.
19. $(a^3-a^2b+ab^2-b^3)(a+b)$; $(x-7)(x+7)$.
20. $(0.6x-3.5y+0.5z)(3.2x+2.8y-0.8z)$.
21. $\left(\frac{4}{7}x+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{4}{7}x-\frac{2}{3}y\right)$; $(a^{2m}-bn)(a^{2m}+bn)$.
22. $(32x^2-26xy+10y^2)(5-y)$.
23. $(4a^4+5a^3+8a^2-25)(3a^5-4a^3-5a+8)$.
24. $3(a-b)(a+b)(a-b)(a-b)$.
25. $[3(x-y)+4z] \cdot [2(x-z)+4y]$.
26. $(a+b-c)(a-b+c)(b+c-a)$.
27. $(2x^2y-3x^2y^2+5xy^2)(x-y)$.
28. $(x^2+x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$.
29. $(1+x)(1+x^3)(1+x^5)$.
30. $[(x-y)(x+y)] \cdot [(x-y)(x-y)]$.
31. $(ax^m+bx^n)(ax^m+1+bx^n-1)$.
32. $(2x^m+y^n-zr)(x+y+z)$.
33. $[(4x-3y+2)(x-y+1)+(3x-y+1)] \cdot [(x+y+2)(x+y-1)-(2x+y+1)]$.
34. $(2x^3-1)(2x^3+1)(2x+1)$.
35. $(x^2a+6+x^2a+3+x^2a) \cdot (xa+1-xa-2)$.
36. $(a^8-2a^6+a^4-2a^2)(a^8+2a^6-a^4+2a^2)$.
37. $(4+3x-2x^2+x^3-5x^4)(2-x-3x^2)$.
38. $(x^2+2x-1)(2x^2-3x+1)(x-5)$.
39. $(6-10x+5x^2-x^3)(3-7x+5x^2)$.

40. $(x^4 - x^5 + x^2 - x + 1)(1 + x - x^5 - x^6)$.
41. $(3x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 5x - 4)(8x^2 - 9x + 5)$.
42. $(a^2x - 2ax + 2x)(a^3 + 2a^2 + 2a)$.
43. $(px - 2p^2x^2 + 4p^3x^3)(px - 3p^2x^2 + 5p^3x^3)$.
44. $(x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 8x + 3)(x^3 - 2x^2 + 3x - 2)$.
45. $[(x^3 + x) + (x^2 - 1)] \cdot [(x^3 + x) - (x^2 - 1)]$.
46. Valamely derékszögű négyszög egyik oldala a ; az evvel szomszédos oldal pedig b vel rövidebb mint a . Mennyi a derékszögű négyszög területe?
47. Mennyi a négyzet területe, ha egy oldala $x^4y - 2$ méter hosszú?
48. A henger alapkörének sugara r ; a magasság 3 méterrel hosszabb, mint a sugár. Mennyi a henger köbtartalma?
49. Valamely könyv lapjainak száma 15-tel kevesebb, mint p ; a sorok száma egy-egy lapon q -val kevesebb, mint a könyv lapjainak száma, minden sorban x magán és y mássalhangzó van. Hány betű van a könyvben?
50. Mennyivel növekszik a derékszögű négyszögalakú kert területe, ha a 85 m hosszú oldalát a , a 12 méter hosszú oldalát b m-rel növelik?
51. Valamely kertben m sor fa van, melyek mindegyikében n -nel kevesebb a fák száma, mint az összes fasorok száma. Hány fa van a kertben?
52. $(2a^2b - 3ab^2 + b^3) \cdot (5a^2b - 2ab^3)$.
53. $(2ax^3 + 4a^2x^2 - 5a^3x)(2x^4 - 4ax^3 + 13a^2x^2)$.
54. $(6a^4b^3 - 3a^3b^4 - 2a^2b^5 - 7ab^6)(3a^2b^3 - 4ab^4 + 2b^5)$.
55. $(a + b + c - 2d)(c + d + a - 2b) - (b + c + d - 2a)(d + a + b - 2c)$.
56. $(x^3 - y^2 + z)(x + y + z) - (xy^2 + x^3y + x^3z)$.
57. $(p^{2x-5} + 2p^{2x-3} - 2p^{2x-1})(p^{6-x} + 2p^{4-x} - 3p^{2-x})$.
58. $(3x + 7)(x - 5) + (4x + 9)(x - 2) - (6x + 3)(5x - 4)$.
59. $[3a^3 + 2a + 5](2a - 3) - (a^2 - 5a + 9)(3a + 4) - [(a^2 - 5)(a^2 + 5) - (a^2 - 2)(a^3 + 2)]$.
60. $(x - 1)(x - 2)(x - 4)(x + 1)(x + 2)(x + 3)(2x - 1)$.

61. $(1 - 3m^2 + 5m^4 - 7m^6 + 9m^8 - 11m^{10})(2 + 4m^2 - 6m^4 - 8m^6)$.
62. $(a + 12)(a + 13)(a - 12)(a - 13) - (a + 12)(a + 13)$.
63. $(6 - a + 2a^2 - 5a^3 + 7a^4)(2 + 3a - 4a^2 + 5a^3)$.
64. $(y^4 + 7y^3 - 9y^2 + 11y + 13)(y^2 - 2y + 4)$.
65. $(p^{x+3} + 8p^{x-1} - 5p^{8-x})(p^{x-5} - p^{7-x})$.

4. §. Algebrai mennyiségek osztása.

Végezzük el a következő osztásokat:

1. $5by : 5by$; $8(x + y) : 8(x + y)$; $6(a - 5b)^3 : 6(a - 5b)^3$.
2. $(x + y)a : a$; $(am + bm) : m$; $x^n : x^5$.
3. $6a^5b^3 : 2a^3b^2$; $a^{2m} : a^m$; $8x^4y^3 : (-2x^2y)$.
4. $(a + b)^{10} : (a + b)^7$; $(-16a^4b^8) : (-4a^2b)$.
5. $x^m : x^5$; $x^{n+5} : x^{n-3}$; $x^{m+n-p} : x^{m+2n-2p}$.
6. $36m^3n^2p^5 : 9m^2np^3$; $88m^3n^7 : 22m^5n^6p$.
7. $16(a - b)^5c^4d^7 : 4(a - b)^3c^3d^4$.
8. $52(a^x - x^a)^5a^3x^2 : -13(a^x - x^a)^3 \cdot a^2x^1$.
9. $[-144x^3y^5(z - u)^8] : [-12x^2y^3(z - u)^6]$.
10. $8m^{a+b}n^{a-b} : 4m^{a-b}n^{a+b}$; $a^{2x+5} : a^{x+4}$.
11. $(66x^{a-5}y^{a-b+3}z^4 : 6x^{a-11}y^{3-b}z^2) : 11x^4v^a$.
12. $135a^{2m}b^4x^n : 45a^m b^6x^2$; $x^m x^{-n} : x^{-5} x^{-7}$.
13. $-726a^{m-n}b^{n-2}c^{m+n} : 6a^{m-3n}b^{n-3}c^{m+n-3}$.
14. $x^{-m} : x^{-n}$; $(m^5 - m^3n) : m^{-3}$; $(x^7 - x^3y) : x^7$.
15. $(a^2 - b^2) : (a + b)$; $(a^3 - b^3) : (a - b)$; $(a^2 - 9b^4c^2) : (a - 3b^2c)$.
16. $(12x^3y^4 - 4x^2y^3 - 8x^5y^2) : 4x^2y^3$.
17. $(24a^3b^5 - 16a^4b^6 + 8a^5b^7) : (-8a^3b^5)$.
18. $(40a^4x + 32a^3x^2 - 48a^2x^3 - 16ax^4) : 8ax$.
19. $(50a^m x^p - 45a^n x^{2p} - 30a^4 x^{3p}) : 5a^m x^p$.
20. $(18x^3 - 12x^2y + 18xy^2) : 6x + (8x^2y - 4x^2y^2 - 4xy) : (-4xy)$.
21. $-(-140a^5b^3 - 200a^4b^4 - 140a^3b^5) : (-20a^3b^3)$.

Emeljük ki a közös tényezőket a következő kifejezésekből:

$$22. -16x^2y^5 + 8x^3y^4 - 12x^2y^3 + 32x^4y^3.$$

$$23. 77m^5n^7 - 99m^5n^6 + 121m^5n^5.$$

$$24. 9x^{m+n+3} - 6x^{m+2n+5} + 3x^{2m+n+2}.$$

$$25. 49a^{x+1} + 63a^{x-2} - 84a^{x+5} - 7a^{x+3}.$$

Végezzük el a következő osztásokat:

$$26. (a^2 + 2ab + b^2) : (a + b); (a^2 - 2ab + b^2) : (a - b).$$

$$27. (x^4 - 16) : (x + 2); (a^5 + b^5) : (a + b).$$

$$28. (a^5 - b^5) : (a + b); (a^6 - b^6) : (a^3 - b^3).$$

$$29. (158^2 - 117^2) : (158 - 117); (384^2 - 362^2) : (384 + 362).$$

$$30. (3x^4 + x^3 - 23x^2 + 29x - 10) : (x^2 + 2x - 5).$$

$$31. (6x^3 - 18x^2 + 27x - 30) : (2x^2 - 2x + 5).$$

$$32. (x^2 - 7x + 12) : (x - 3); (x^6 - 1) : (x - 1).$$

$$33. (9a^4 - 81b^2) : (3a^2 - 9b); (x^4 - 4x^2 + 4x - 1) : (x^2 - 2x + 1).$$

$$34. (2a^7 - 4a^4b^2 - 3a^4 - 3a^3b + 2a^3 + 6b^3 - 4b^2 + 9b - 6) : (2a^4 - 3b + 2).$$

$$35. (x^{10} - x^2 - 2x - 1) : (x^5 + x + 1).$$

$$36. (16x^5 + 7x^4 - 2x^2 - 1) : (4x^3 + 3x^2 + 2x + 1).$$

$$37. (4x^5 - 12x^4y + 13x^3y^2 - 18x^2y^3 + 13xy^4 - 3y^5) : (x^3 - 2x^2y + xy^2 - 3y^3).$$

$$38. (x^6 - 3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 7x + 6) : (x^3 - 2x + 3).$$

$$39. (6m^4 - 5m^3 - 11m^2 + 40m - 50) : (3m^2 + 2m - 10).$$

$$40. (8x^3 - 12x^2y - 36xy^3) : (2x + 3y).$$

$$41. (a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5) : (a^2 - 2ab + b^2).$$

$$42. (15a^5 - 19a^4 + 42a^3 - 32a^2 + 27a - 9) : (5a^3 - 3a^2 + 7a - 3).$$

$$43. (0.06m^2 + 0.01mn - 0.18mp - 18.2n^2 + 13.57np - 4.2np^2) : (0.3m - 5.2n - 2.4p^2).$$

$$44. (mx - nx - my + ny) : (m - n); (a^{12} - b^{12}) : (a^3 - b^3).$$

$$45. (x^3 + x^7 + x^6 - x^2 - x - 1) : (x^3 + x + 1).$$

43. $(x^4 - xy^2 + xz + x^3y - y^3 + yz + x^3z - y^3z + z^3) : (x^3 - y^3 + z)$.
47. $(6x^{a+4} - 8x^{a+3} - 53x^{a+2} - x^{a+1} - 20x^a) : (3x^{a+2} + 5x^{a+1} - 4x^a)$.
48. $(15a^9 - 4a^7 - 3a^6 - 24a^5 - 3a^3 - 8a^2 + 3a - 2) : (5a^4 + 7a^2 - a + 2)$.
49. $(4 - 8x - 17x^2 + 26x^3 + x^4 - 32x^5 + 7x^6 + 24x^7 - 30x^8) : (4 - 5x^2 + 6x^4)$.
50. $(3a^{x+3} - 13a^{x+3} - 9a^x - 5a^{x-3}) : (a^3 - 5)$.
51. $(18a^4b^8 - 32a^2b^{10} + 18a^6b^6 - 33a^5b^7 + 23a^3b^5 + 14ab^{11}) : (6a^4b^3 + 7ab^6 - 2a^2b^5 - 3a^3b^4)$.
52. $(a^5x^5 - 243b^5y^5) : (ax - 3by)$.
53. $(x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 4x - 1) : (x^2 - x + 1)$.
54. $(ad + bd - cd - ae - be + ce) : (d - e)$.
55. $(12a^{2m} - a^mb - 6b^2) : (4a^m + 3b)$.
56. $[x^3 - (a - b + c)x^2 + (ac - ab - bc)x + abc] : (x - a)$.
57. $[(a^3 + a^6 + 9a^4 + 4a^2 + 20) : (a^4 + a^2 + 5)] : (a^2 + 2a + 2)$.
58. $(x^7 - y^7) : (x - y); (x^7 + y^7) : (x + y)$.
59. $a^{m-4}x^{m-2} + a^{m+2}x^m - a^m x^{m+2} - a^{m-2}x^{m+4} : (a^m x - a^{m-1}x^2 + a^{m-2}x^3 - a^{m-3}x^4)$.
60. $(8x^5 + 10x^4 - 31x^3 + 22x^2 - 29x + 12) : (4x^5 - 5x^2 + 3x - 4)$.
61. $(6 - 15x + 13x^2 + 54x^3 - 67x^4 + 38x^5 - 9x^6 - 56x^7) : (3 - 4x^2 + 5x^3 - 7x^4)$.
62. $(x^9 - 5x^7 - 11x^5 - x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 2x - 1) : (x^4 + 2x^2 + 1)$.
63. $(15a^6 + 11a^4 - 21a^3 + 11a^2 - 14a + 6) : (5a^3 - 3a^2 + 2a - 2)$.
64. $(9a^4b^2 - 4a^2b^4 + 8ab^2 - 4) : (3a^2b + 2ab^2 - 2)$.
65. $(x^5 - 3x^4 - 8x^3 - 3x^2 + x) : (x^2 + x + 1)$.
66. $(48a^7b^6 - 12a^6b^5 - 92a^5b^4 + 131a^4b^3 - 62a^3b^2 + 15a^2b) : (6a^3b^3 - 9a^2b^2 + 5ab)$.

67. $(20x^5 - 57x^4y + 34x^3y^2 - 73x^2y^3 - 4xy^4 + 20y^5) : (4x^2 - 4xy - 5y^2)$.
68. $(2a^4 - 13a^3b + 31a^2b^2 - 38ab^3 + 24b^4) : (2a^2 - 3ab + 4b^2)$.
69. Bizonyítsuk be, hogy: $x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x - 120 = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$.
70. $[(a^5 - a^3b^2 - a^2b^3 + b^5)x^5 - (2a^4 + a^3b - ab^3 - 2b^4)x^4 + 2ab(a+b)x^3 + (a^2 - b^2)x^2] : [(a^2 - b^2)x^2 - (a+b)x]$.
71. $1 : (1+x); 1 : (1-x)$.
72. $1 : (1-x+x^2); 1 : (1+2x+x^2)$.
73. $a : (1-x); a : 1+x$. 74. $1 : (1+3x+3x^2+x^3)$.
75. $1 : (1-3x+3x^2-x^3)$.

5. §. Tényezőkrebontás. Közös osztó, közös többszörös.

Bontsuk törzstényezőkre a következő kifejezéseket:

- 72, 564, 6742, 12375, a^3b , $6x^3y^4z^2$.
- $ax + bx; ax + x; ax^2 + b^2x; ax^2 + x^2$.
- $a^3b + bc; 5a^2 + 15ab; a^2 - x^2; a^2 - 16$.
- $x^4 - 1; 64 - 144; 4x^2 - 9y^4; 16x^4 - 81y^4$.
- $532^2 - 428^2; x^{2m} - y^{2n}; (x+y)^2 - (x-y)^2$.
- $(a+b)^2 - c^2; 144x^2y^4 - 16x^4y^2; 25a^4 - (a^2 - 2b)^2$.
- $x^2 + 2xy + y^2; x^4 - 2x^2y + y^2; x^2 - 6x + 9$.
- $81a^4 - 36a^2b + 4b^2; x^2 + 24x + 144$.
- $x^2 - 8x + 15; x^2 - 2x - 35; a^2 + a - 12$.
- $x^2 - 5x + 6; 6x^2 - x - 7; 4x^2 - 12xy^2 + 9y^4$.
- $6x^2 + 13x + 7; 5a^2 + 19a + 12; x^2 + 12x + 35$.
- $4x^2 - 2xy - 12y^2; x^2 - 10x + 24; 6 - 5x - x^2$.
- $12 - 4x - 3x^2 + x^3; 4a^3 - 28a^2 - 2a + 14$.
- $2x^3y + 4x^2y + 3xy^2 + y^3; x^3 - 13x^2 + 54x - 72$.
- $12x^3 + 10x^2 - 8x; a^2 + 10a - 4b^2 + 25$.

Rövidítsük a következő törteteket:

16. $\frac{a^2 - b^2}{ax - bx}$; $\frac{x^2 + 5x}{x^2 + 6x + 5}$; $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 6x + 5}$.
17. $\frac{9x^2 - 12x + 4}{3x^2 + 13x - 10}$; $\frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$; $\frac{(x^2 + 3)^2}{x^4 - 9}$.
18. $\frac{36 - 12x + x^2}{18 - 3x - 6y + xz}$; $\frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 + 9x + 20}$.
19. $\frac{am + bm - cm}{an + bn - cn}$; $\frac{xy + x - y - 1}{xy - x - y + 1}$.
20. $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 8x + 15}$; $\frac{9a^2 - b^4}{3ax - b^2x + 3ay - b^2y}$.

Keressük meg a következő kifejezések legnagyobb közös osztóit:

21. $12a^3$ és $15a^2$; $8x^3y^2$ és $14x^2y^3$; 195 és 345.
22. $36x^2y^3z^4$, $16x^2y^2z$ és $20xyz^2$; $ax - a$ és $x - 1$.
23. $35a^2b^2(x^2 - y^2)$ és $7ab(x + y)$.
24. $a(a + b)$ és $2(a^2 - b^2)$; $a^4 - b^4$ és $a^2 + b^2$.
25. $x^2 + 2x + 1$ és $x^2 - 1$; $x^2 - 2x + 1$ és $x^2 + 2x - 3$.
26. $2a^3 - 9a^2 + 19a - 15$ és $6a^2 - 11a + 3$.
27. $2x^3 - 13x^2 + 23x - 12$ és $2x^2 - 5x + 3$.
28. $3a^5x + 8a^4x^2 + 8a^3x^3 + 4a^2x^4 + ax^5$ és $a^6x + a^5x^2 - a^2x^5 - ax^6$.
29. $ax^4 - (2a - b)x^3 + (3a - 2b - 2)x^2 + (3b + 4)x - 6$ és $a^2x^4 - b^2x^2 + 4bx - 4$.
30. $3x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 20x - 25$ és $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 8x - 10$.
31. $a^7 + a^5x^2 + a^4x^3 + a^3x^4 + a^2x^5 + x^7$ és $a^7 + a^6x - ax^6 - x^7$.
32. $m^5 - 4m^4 + m^3 + 10m^2 - 4m - 8$ és $5m^4 - 16m^3 + 3m^2 + 20m - 4$.
33. $14a^5 - 45a^3 + 6a^2 + 25a - 15$ és $6a^4 - 10a^3 - 3a^2 + 25a - 30$.
34. $6x^4 - 9x^3 - 2x^2 - x + 6$ és $2x^3 - x^2 - x - 3$.
35. $ab^3 + ab - a + b^3 + b - 1$ és $ab^2 - ab + a + b^2 - b + 1$.

36. $x^2y + 2xy^2 + xy^3 + x^2 + 2xy + y^2 + y^3$ és $x^2y - 2xy - x^2 + xy^3 - y^2 - y^3$.
37. $x^6 - 1$ és $x^5 + x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 2$.
38. $abx^2 + (a^2 - b^2)xy + aby^2$ és $abx^2 - (a^2 - b^2)xy - aby^2$.
39. $x^2 - (a + b)x + ab$ és $x^3 - (2a + b)x^2 + a(2b - a)x - a^2b$.
40. $x^4 - xy^2 + x^3y - y^3 + x^3 - y^2$ és $x^5 - x^2y^2 + x^4y - xy^3 + x^3y - y^3$.
- Keressük meg a következő kifejezések legkisebb közös többszörőseit:
41. 38, 48, 65, 84, 91, 105, 192; $7a^2b^2c^2$ és $21a^3bc$.
42. $3x^2yz$, $5x^3y^5z^3$ és $12x^4y^3z^2$.
43. $51m^2n^3p^4$, $17m^3n^2p^3$ és $34mnp$.
44. $5x^3$, $7x^2y$, $9y^2z$ és $11xyz^2$.
45. $72a^m x^{n+2} y^{m+n}$ és $18a^{m-3} x^{n+5} y^{m-3}$.
46. $3(x - y)$, $9(x^2 - y^2)$ és $27(x^2 + 2xy + y^2)$.
47. $a^2 - b^2$, $2(a + b)$ és $4(a + b)^2$.
48. $8(x^2 - y^2)$, $4(x - y)$ és $2(x + y)$.
49. $a^2 - 2a + 3$ és $a^2 + 2a + 3$.
50. $x^2 - 16$ és $x^2 + x - 20$.
51. $y^2 + y - 6$ és $xy + 3x - 7y - 21$.
52. $3a^2 + a - 2$, $3a^2 + 5a + 2$ és $9a^3 + 9a^2 - 4a - 4$.
53. $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x$ és $3x^3 - 12x^2 + 9x - 6$.
54. $x^2 - 2x + 1$, $x^2 - 1$, $x^2 + 2x + 1$ és $x^2 + 2x - 3$.
55. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ és $x^2 - 5x + 6$.
56. $2x^3 - 13x^2 + 23x - 12$ és $2x^2 - 5x + 3$.
57. $6x^4 - 9x^3 - 2x^2 - x + 6$ és $2x^3 - x^2 - x - 3$.
58. $a^5 + 2a^4 - a^2 + 4a - 2$ és $a^4 - a^2 + 2a - 1$.
59. $x^7 + x^5y^2 - x^2 - y^2$ és $x^6 - x^5y - x + y$.
60. $x^4 - 4x^2 - 4x - 1$ és $x^4 - 2x^2 + 1$.

6. §. Műveletek algebrai törttekkel.

Végezzük el a következő összeadásokat és kivonásokat:

1. $\frac{a}{x} + \frac{b}{mx}$; $\frac{1}{m} - \frac{1}{n}$; $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{6} - \frac{4x}{9}$.

2. $\frac{m}{12ab^2} + \frac{n}{6a^2b} + \frac{p}{9a^2b^2}; \frac{x}{x-1} + \frac{y}{x+1} + \frac{x+y}{x^2-1}$
3. $\frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-y} - \frac{1}{x^2-y^2}; 3a - \frac{2a-b}{2}$
4. $\frac{a-b}{a^2-b^2} + \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2} + \frac{a}{a+b}$
5. $\frac{3x}{x^2y} + \frac{4}{xy^2} - \frac{6x}{7xy}; \frac{a}{a+b} - \frac{ab}{a^2-b^2}$
6. $5x-2y+2a - \frac{3x+2y-2a-2}{3}$
7. $5a-2b + \frac{3a-2b}{4}; \frac{x-y}{x^2-2xy+y^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2}$
8. $\frac{a-b}{9} + \frac{b}{4} - \frac{3a-4b}{6} + \frac{3a-b}{16} - \frac{2a-b}{12}$
9. $\frac{3x-2}{5} - \frac{5x-3}{2}; \frac{a-2b}{8b} - \frac{2a-b}{12b}$
10. $a-x + \frac{x^2}{a+x}; \frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}$
11. $\frac{a^2-ab+b^2}{2b(a-b)} - \frac{a^2+ab+b^2}{2b(a+b)};$
 $\frac{1}{a-b} + \frac{a-b}{x} - \frac{a+b}{x}$
12. $r + \frac{2Rr}{R+r} + \frac{Rr-r^2}{R+r}; \frac{b^2x^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2} (x^2-a^2)$
13. $\frac{2a+b-c}{4} - \frac{a-b+c}{8}; \frac{3a+1}{a+1} - \frac{2a-1}{a-1} +$
 $\frac{a(a-3)}{a^2-1}$
14. $\frac{3x-2}{x+1} - \frac{3y+3}{y+1} - \frac{x-5}{x-1} + \frac{2y+10}{y-1}$
15. $\frac{a}{x^n} - \frac{b}{x^{n-1}} + \frac{c}{x^{n-2}} + \frac{d}{x^{n-3}} + \frac{e}{x^{n-4}} + \frac{f}{x^{n-5}}$
16. $\frac{a}{h^n} - \frac{2c}{h^{n-1}} + \frac{ac}{b^{n-2}}; \frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a}$

17. $\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$
18. $\frac{a(a-b)(a-c)}{a^2-b^2} - \frac{a(a+b)(a+c)}{a-b}; \frac{x+y}{x-y} - 1$
19. $\frac{a^2b - ab^2}{a^2 - b^2} + \frac{a^2 + a^2b}{(a+b)^2} - \frac{a^2 - 2ab}{a+b}$
20. $\frac{20x}{4x^2 - 1} + \frac{4}{2x - 1} - \frac{7}{2x + 1}$
21. $\frac{a-25}{a^2-81} - \frac{5}{a+9}; \frac{x}{a} - \frac{x^2}{a(a-1)} - \frac{x^3}{a(a-1)(a-2)}$
22. $\left(\frac{4a^2}{3} - \frac{a}{6} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{2a^2}{3} + \frac{a}{4} - \frac{2}{3}\right); \frac{x^2+1}{x} - x$
23. $1 + \frac{x+16}{x^2-4} - \frac{x-4}{x+2}; \frac{x}{a+x} + \frac{x}{a-x} - \frac{2x^2}{a^2+x^2}$
24. $\frac{3}{4x} - \frac{2}{3y} - \frac{4x+5}{8x^2} + \frac{2}{3x^2} + \frac{5x-4y}{8xy}$
25. $\frac{6x+5}{x-3} - \frac{4x-3}{x-5} - \frac{x^2-3x-20}{x^2-8x+15}$

Végezzük el a következő szorzásokat.

26. $\frac{3x}{5} \cdot \frac{4y}{7}; \frac{a^m}{b^n} \cdot \frac{a^{-3}}{b^{-2}}; -\frac{3x}{2y} \cdot -\frac{5x^2}{9y^3}$
27. $\frac{3a}{b} \cdot 4; \frac{5a}{7x^2} \cdot 3x; \frac{x+y}{a} \cdot (x-y)$
28. $\frac{5}{9} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b^3}{a^3}; \left(\frac{5}{a^3} - \frac{4}{a^3}\right) \cdot a^2; \frac{3}{x^2-25} \cdot (x-5)$
29. $\left(\frac{3a}{5} - \frac{4b}{4}\right) \cdot -\frac{b}{a^2}; \left(\frac{x}{a+b} - \frac{x}{a-b}\right) (a^2 - b^2)$
30. $\left(\frac{6x^2}{y} - \frac{6y^2}{7x}\right) \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right); \left(\frac{5}{a} - \frac{b}{8}\right) \left(\frac{5}{a} - \frac{b}{8}\right)$
31. $\left(3x + \frac{6x}{x-1}\right) \left(1 + \frac{3x}{1+\frac{1}{x}}\right); \frac{1}{x} \cdot \frac{1+x}{x^2} \cdot \frac{1+x^2}{x^2}$
32. $\left(\frac{3a}{5x} - \frac{4b}{7y} + \frac{5c}{8z}\right) \cdot \left(\frac{2a}{3x} - \frac{3b}{4y} + \frac{5c}{6z}\right)$

$$33. \left(\frac{5x}{2y} - \frac{4y}{3x} + \frac{4}{5} \right) \cdot \left(\frac{3x}{xy} - \frac{4y}{5x} - \frac{2}{5} \right).$$

$$34. \left(\frac{3m}{n} + 2 + \frac{2n}{3m} \right) \cdot \left(\frac{2m}{n} - 2 + \frac{2n}{3m} \right).$$

$$35. \left(\frac{2a^2}{2} - \frac{2ab}{3} + \frac{3b^2}{4} \right) \cdot \left(\frac{4a}{5} + \frac{5b}{6} \right).$$

$$36. \left(\frac{1 \cdot 25x}{y} - \frac{3 \cdot 2y}{x} \right) \left(\frac{3 \cdot 8x}{y} + \frac{5 \cdot 6y}{x} \right); \left(a - \frac{a+1}{2} \right) \cdot \left(\frac{a+1}{a^2-4a+4} + 3 \right).$$

$$37. \left(\frac{2c^2}{3d^2} - \frac{3cd}{4pq} + \frac{4d^2}{3q^2} \right) \cdot \left(\frac{3c^2}{4d^2} + \frac{4cd}{5pq} - \frac{2d^2}{3q^2} \right).$$

$$38. \left(\frac{5x}{7y} - \frac{2y}{3x} \right) \left(\frac{5x}{7y} - \frac{2y}{3x} \right) - \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{5x} \right) \left(\frac{x}{5y} - \frac{y}{x} \right).$$

$$39. \left(\frac{4x^3}{y^3} + \frac{2y}{x} + \frac{x}{3y} \right) \left(\frac{5x^3}{y^3} - \frac{3y}{x} - \frac{2x}{3y} \right).$$

$$40. \left(a^5 - \frac{3a^4}{b^2} + \frac{a^3}{b^3} - \frac{2a^2}{b^4} + \frac{a}{b^5} \right) \left(\frac{2a}{b} + a^2 - \frac{5}{b^2} \right).$$

Végezzük el a következő osztásokat:

$$41. \frac{12x^4}{7} : 4x; 7x : \frac{y}{5}; \frac{2x^2y}{3ab^2} : \frac{3x^2}{2ab}.$$

$$42. -\frac{3yz}{a} : -\frac{6y^2z^2}{b}; \frac{72a^5bx+3}{5c} : 8a^3bxc.$$

$$43. \frac{25x^3-36x^2+5x}{y} : x; \frac{8a^4-12a^3-20a^2}{2a-5} : 4a^2.$$

$$44. \frac{b}{a} \left(\frac{a+b}{2a} + \frac{a-b}{2b} \right) : 3ab; \frac{16-x^2}{p^2-q^2} : \frac{4-x}{p+q}.$$

$$45. \left(\frac{x^2}{3} + \frac{5xy}{12} + \frac{2x}{5} - \frac{y^2}{2} + \frac{4y}{5} \right) : \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{4} + \frac{2}{5} \right).$$

$$46. \left(\frac{x^6}{y^6} - \frac{2^6}{u^6} \right) : \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{xz}{yu} + \frac{y^2}{u^2} \right).$$

$$47. \left(\frac{6}{x^3} + \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x} + 1 \right) \left(-\frac{3}{x^3} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} \right).$$

$$43. \left(\frac{15m^3}{p^4} - \frac{5m}{p^2} + \frac{5}{m} \right) : \left(\frac{3m^2}{p^3} - \frac{1}{p} + \frac{p}{m^2} \right).$$

$$49. \left(\frac{x^3}{10} + \frac{19x^2}{60} + \frac{x}{12} - \frac{1}{4} \right) : \left(\frac{x^2}{5} + \frac{x}{3} - \frac{1}{3} \right).$$

$$50. \left(\frac{a^3}{3} + \frac{4a^2}{5} + \frac{a}{15} + 2 \right) : \left(\frac{a^2}{3} - \frac{a}{5} + \frac{2}{3} \right).$$

$$51. \left(\frac{27m^3}{64} - \frac{n^3}{125} \right) : \left(\frac{3m}{4} - \frac{n}{5} \right);$$

$$52. \text{Mennyi } m + n \text{ felének } \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{a}{b} \text{-ed része?}$$

$$53. \text{Valaki } p \text{ koronából kiad } 32 K\text{-t; mennyivel több a maradék } \frac{8}{9} \text{ de } \frac{3}{4} \text{ dénél?}$$

$$54. \text{Mennyire } n \text{ x korona } p^{0/0}\text{-kal: a) y; b) 8 hó alatt?}$$

$$55. \text{Mi több } \frac{x+7}{2} + \frac{x+7}{5}, \text{ vagy } \frac{x+7}{2} - \frac{x+7}{4}?$$

Egyszerűsítsük a következő törteteket:

$$56. \frac{7x - \frac{17}{2}}{14(x-1)} \quad 57. \frac{2 + \frac{1}{x+3}}{1 - \frac{1}{x+3}} \quad 58. \frac{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}}{\frac{2}{x+y} - \frac{2}{x-y}}$$

$$59. \frac{\frac{x}{2} - 3}{\frac{x+3}{3} - \frac{2x-9}{13}} - 3. \quad 60. \frac{\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1}}{\frac{a+1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1}}$$

$$61. \frac{3 - \frac{9}{x} + \frac{6}{x^2}}{3 - \frac{3}{x} - \frac{6}{x^2}} \quad 62. \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{x-1}{x}}$$

$$63. \frac{\frac{3x+2}{4x^2-9} + \frac{3x-2}{2x+3} - \frac{2}{2x-3}}{\frac{2x+3}{9x^2-4} - \frac{2x-3}{3x+2} + \frac{2}{3x-2}} \quad 64. \frac{5 - \frac{13}{x} + \frac{9}{y^2}}{4 - \frac{5}{y^2}}$$

$$65. \text{Mutassuk meg, hogy: } \frac{ab(x^2+y^2) + xy(a^2+b^2)}{ab(x^2-y^2) + xy(a^2-b^2)} = \frac{ax+by}{ax-by}$$

7. §. Négyzet és köb.

1. 7^2 ; 8^3 ; $(-3)^2$; $(-4)^3$; $(3a)^2$; $(5a^2b^3)^2$; $\left(\frac{3x}{4}\right)^2$.
2. $5(2a^2b)^3$; $\left(-\frac{3m}{bn}\right)^2$; $(0.1x)^3$; $(3x^2)^3$; $(5x^7)^2$.
3. $(-12ab^2)^2$; $(0.2a^2)^3$; $(a^7)^3$; $(-18x^3)^2$.
4. $\frac{5}{6}a^2b^3c$; $\left(\frac{3a^2}{b^2} \cdot \frac{5a}{4b}\right)^3$; $\left(-\frac{3}{4}x\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}y\right)^3$.
5. $(2x+1)^2$; $(x-a)^2$; $(p+q)^3$; $(r-s)^3$.
6. $\left(a-\frac{b}{4}\right)^2$; $\left(\frac{3x}{5}-\frac{3y}{7}\right)^2$; $(x-5)^2$.
7. $(3x^5-2y^3)^2$; $(x-11)^3-(x+6)^2$.
8. $(a+b)^3+(a-b)^3$; $(0.5a^2-0.7b^2)^3$.
9. $(3a^5-4b^3)^3$; $(x^m+y^n)^2$; $(5.9x^3-7.8x^2)^2$.
10. $(3x+5)^2-(5x+3)^2+(8x-2)^2$.
11. $(a+b+c)^2$; $(x+y+z)^3$; $(a+b-c)^2$.
12. $(1-2x-3x^2)^2$; $(x+2y-3z)^2$; $(6x-7y-y^2)^2$.
13. $(a^2+b^2+c^2)^2$; $(2x^2+5x-7)^3$; $(a^4-3a^2-1)^3$.
14. $(2x-3y+z)^3-(x-2y-z)^2+(1-y-x^2)^2$.
15. $(6x^3-2x^2+x+1)^2-(2x^3-3x^2-2x+2)^2$.
16. $(5x-7)^3-(3x^2-2x+4)(x-2)-(2x-3)^2$.
17. $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{5}\right)^3-\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{5}\right)$.
18. $\left(\frac{3}{x}-\frac{4}{x^2}+\frac{5}{x^3}\right)^2$; $\left(\frac{x}{a}-\frac{x^2}{a^2}+\frac{x^3}{a^3}\right)^3$.
19. $(x^m+y^n+z^p)^2$; $(3^m-a^n-a^{2p})^3$.
20. $(x^3-12x^2+4)^2-(x-3)^3-(x^2-2x+5)^2$.
21. $[(a^2-3a+1)^2-(a^2+2a-3)^2+(5a^2+a-1)(2a-3)]^2$.

Emeljük négyzetre a következő számokat:

- | | |
|-----------------------|---|
| 22. 36, 58, 97. | 23. 128, 239, 568. |
| 24. 5138, 2973, 3965. | 25. 5169 ² -5165, 1865 ² -1860 ² . |
| 26. 0.7, 0.03, 2.9. | 27. 4.75-3.85, 31.8 ² -31.5 ² . |
| 28. 28.55, 17.69. | 29. 0.075, 0.0134. |

Emeljük köbre a következő számokat:

30. 23, 47, 59. 31. 7·8, 0·72, 2·14.
 32. 875, 2418, 982. 33. 5·36, 2·75, 0·812.
 34. 0·0182, 7·8135. 35. 0·30103, 1·2345.

8. §. **Elsőfokú egyenletek egy ismeretlennel.**

1. $5x + 36 = 51$. 2. $3x - 7 = 14$.
 3. $4x - 5 = 45 - 6x$. 4. $5x + 18 = 72 - x$.
 5. $(x-1)(x-2) = (x-4)(x+4)$.
 6. $6(3x-1) = 7(2x+2)$.
 7. $12x - 26 = \frac{5x-6}{3} + 7$. 8. $\frac{5x}{4} - \frac{3x}{6} + \frac{x}{8} = 3 + \frac{1}{2}$.
 9. $\frac{5x}{2} - \frac{4x}{3} - 13 - \frac{5}{8} = \frac{x}{32}$. 10. $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 350$.
 11. $\frac{2x}{5} + \frac{7x}{8} + 4 = \frac{5x}{4} + 5$. 12. $\frac{4x-7}{5} + 10 = \frac{2x+114}{2}$.
 13. $\frac{15(x-6)}{2(x+18)} = 3$. 14. $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = x - \left(\frac{x}{4} - 5\right) - 7$.
 15. $(3x+6)(2x-1) = x(6x+1)$.
 16. $\frac{26\cdot5}{x+1} - \frac{11}{2(x+1)} = 7$. 17. $\frac{3x-4}{2} - \frac{6x-5}{8} = \frac{5x-1}{16}$.
 18. $\frac{x-5}{2x-9} = \frac{x-4}{2x-6}$. 19. $\frac{x+3}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{3x-5}{12} + \frac{1}{4}$.
 20. $\frac{(x-1)^2}{2} + \frac{4}{5} = \frac{(x+1)^2}{2}$. 21. $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{12}{x^2-1}$.
 22. $\frac{3x+5}{7} - \frac{2x+7}{3} + 10 - \frac{3x}{5} = 0$.
 23. $\frac{4x-1}{x-1} - \frac{x}{x+1} = 3$. 24. $\frac{x+5}{5} - \frac{x-5}{5} = \frac{40}{x}$.
 25. $\frac{8}{5-x} + \frac{12}{x+3} = 0$. 26. $5 - \frac{3+x}{7} = 6 - \frac{12-x}{4}$.
 27. $\frac{5}{6}\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{7}{6}\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{7}\right) = 4 + \frac{8}{9}$.
 28. $\frac{3(x-7)}{4} + 13(x+2) = \frac{5(x-3)}{8} + 10x + 57$.

$$29. \frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-5}{x-6}.$$

$$30. \frac{x-2}{x-5} - \frac{x-4}{x-7} = \frac{x+2}{x-6} - \frac{x+6}{x-6}.$$

$$31. \frac{x+5}{3} - \frac{x+3}{5} = \frac{x-3}{3}. \quad 32. \frac{2x-3}{4} + \frac{3x-7}{8} = 1.$$

$$33. \frac{x-10}{5} - \frac{12-x}{10} = \frac{x-2}{10}.$$

$$34. \frac{(6+x)(5-x)}{2} + 3x = \frac{15x}{4} - \frac{x^2}{2}.$$

$$35. \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+7} = \frac{1}{7(x-1)}.$$

$$36. \frac{2x}{3} + \frac{3x}{5} - 4 = x + 12.$$

$$37. \frac{5}{x+3} - \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x-2} = \frac{1}{x+22}.$$

$$38. \frac{7x+55}{2x+5} - \frac{3x}{2} = 9 - \frac{3x^2+8}{2x-4}.$$

$$39. \frac{\frac{x}{2}-3}{\frac{x+3}{5}-\frac{2x-9}{15}} = 3. \quad 40. \frac{\frac{\frac{x}{5}+3}{5}+6}{7} = 24.$$

$$41. \frac{\frac{x-3}{2}-\frac{x-3}{4}}{x-\frac{1}{3-\frac{3x-1}{x+1}}} = \frac{1}{11}.$$

$$42. \frac{5-\frac{1}{x}}{5+\frac{1}{x}} - \frac{1}{x} = \frac{x-\frac{1}{5}}{x+\frac{1}{5}} - \frac{1}{5}.$$

$$43. \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} + \frac{1 + \frac{1}{x+2}}{1 - \frac{1}{x+2}} = 2.5.$$

$$44. \frac{5x^2 + x - 3}{5x - 4} = \frac{7x^2 - 3x - 9}{7x - 10}.$$

$$45. \frac{4x - 16}{10} + \frac{3x - 22}{5} = 2.$$

$$46. \frac{x}{2} + \frac{2x}{5} - 5 = \frac{x}{4} + 60.$$

$$47. \frac{1}{x^2 - 2x + 6} - \frac{1}{x^2 + 5x - 15} = 0.$$

$$48. \frac{x+4}{x-8} - \frac{x+12}{x-6} = 0. \quad 49. 10 - \frac{2x}{5} + \frac{1}{4} = 4x - \frac{5x}{4}.$$

$$50. \frac{x+4}{3} - \frac{3x-18}{5} + 5.6 = 3x + 4.$$

$$51. 4mx + 18 = 3mx + \frac{m}{6}. \quad 52. \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c.$$

$$53. a + b = \frac{a^2 - b^2}{x}. \quad 54. 2ax - 3bx = \frac{3}{5}ab + c.$$

$$55. \frac{a}{5x} + b = \frac{b}{7x} + a. \quad 56. x(m+n) = m^2 - n^2.$$

$$57. a \cdot \frac{x-a}{b} + b \cdot \frac{x-b}{a} = x.$$

$$58. \frac{x}{ab} + \frac{x}{bc} + \frac{x}{ac} + 1 = abc - (a + b + c).$$

$$59. \frac{x+2a}{b} - \frac{x-b}{b-a} + \frac{x-3b}{2a} = 0.$$

$$60. x - \frac{x+a}{1-a} + \frac{1+x}{1+a} = 0. \quad 61. \frac{x+4a}{b+4a} + \frac{x-3c}{b-3c} = 2.$$

$$62. \frac{x-2}{m-1} - \frac{x-(m+1)}{m} = \frac{x-(m^2-3)}{2}.$$

$$63. \frac{3(x-a)}{b} - \frac{2(x-b)}{a} = 1. \quad 64. \frac{ax-bx}{a+b} = a-b.$$

$$65. \frac{p + \frac{x}{p-q} - 1}{p - \frac{x}{p+q}} = \frac{2p}{p}.$$

$$66. (2x - a)^2 + (2x - b)^2 + (2x - c)^2 = 12x^2 + 1 + a^2 + b^2 + c^2.$$

$$67. \frac{x}{ab} + ab = \frac{1}{a+b} + (a+b)x.$$

$$68. \frac{\frac{x+2b}{a-b} + \frac{x}{a+b}}{(a+b)x - (a-b)^2} = \frac{2a}{a-b}.$$

$$69. 6(x+2a) - 2(3x+a)^2 = 2(3x+a)(3x-a) + 12.$$

$$70. \frac{2(x-2a)}{x-a} - \frac{x-a}{x+\frac{a}{2}} = \frac{x-2a}{x-(a+2)}.$$

$$71. \frac{x+2}{p+1} + \frac{x-4}{p-1} = 6. \quad 72. \frac{x}{a} + \frac{x}{b} - 4 = 6 + \frac{ax}{b}.$$

$$73. \frac{a}{x} - \frac{2m}{2} + 4 = \frac{3m}{2} - \frac{6}{x}.$$

$$74. (x+a)(x+b) - b(a+b) = x^2 + \frac{2bc}{a}.$$

$$75. (x+a)(x-a) - \frac{2x(b-c)}{a} = \frac{b^2c}{a} + x^2.$$

76. Mely szám az, melynek 25 tel nagyobbított kétszerese 51-et ad?

77. Ha valamely szám 5-szörösét 43-ból levonom, 7-tel nagyobb maradékhoz jutok, mint maga a szám. Melyik ez a szám?

78. Egy fiú kora felől kérdeztetvén, így szólt: 7 év múlva 3-szor oly idős leszek, mint 5 évvel ezelőtt voltam. Milyen idős?

79. Melyik az a szám, melynek hatoda akkora, mint 3-mal kisebbített ötöde?

80. Hány fiú van az osztályban, ha számuk fele 10-zel nagyobb mint a hatod és nyolcadrész összege?

81. Mely szám az, melynek feléhez 15-öt adva $\frac{1}{3}$ ánál 29-cel nagyobb számot nyerünk?
82. Mely szám az, melynek 8-ad, 16-od és 32-ed része együtt 140?
83. A , B és C vagyona együtt 39375 K , de B vagyona kétakkora, mint az A -é és a C vagyona kétannyi, mint B -é. Mennyije van mindegyiknek?
84. Pál így szólt: 3-szor oly idős vagyok, mint öcsém s az én éveim felét öcsém éveinek $\frac{1}{3}$ -hoz adva 11 év az eredmény, mily idős vagyok?
85. 525-öt két részre kell osztani úgy, hogy az egyik részt 25-tel, a másikat 30-cal osztva, a hányadosok összege 20 legyen.
86. A 63 tagú társaságban 3-szor annyi gyermek volt, mint nő, és 2-szer annyi nő, mint férfi. Hány férfi, nő és gyermek volt együtt?
87. 25 éves anyának 3 éves fia van. Mikor lesz az anya 3-szor oly idős, mint fia.
88. 100-at osszuk oly két részre, hogy az egyik rész 8-da annyi legyen, mint a másik 12-de.
89. Melyik az a két egymás után következő szám, melyek közül az első 7-de 1-gyel nagyobb a 2-dik 9-dénél?
90. Mikor áll az óra két mutatója pontosan egymás fölött 7 és 8 óra közt?
91. Két koesi közül az első 6 km-t tesz óránként, a másik 10-et. Ugyanazon irányban haladva mikor éri el a második a 2 órával előre induló első kocsit?
92. Két szám különbsége 7, négyzeteik különbsége 91. Melyek e számok?
93. Mely két egymásra következő szám négyzetének különbsége 25?
94. Valaki pénze $\frac{1}{5}$ -ét 5%-ra, a többbit 4%-ra adja ki. Az utóbbi évi kamatja 1760 K -val több, mint az előbbié. Mily nagy az egész tőke?
95. Valaki vagyona felét iskolaépítésre, $\frac{1}{15}$ -ét templomra, $\frac{1}{20}$ -át a szegényeknek adja. Mennyi vagyona volt, ha neki még 23000 K -ja maradt?
96. Egy tábornok az ütközetben elvesztette csapatja $\frac{2}{15}$ -ét, $\frac{1}{10}$ megsebesült, $\frac{1}{24}$ fogságba került. Hány embere volt, ha a csapatban még 2349 ember maradt?
97. Egy víztartóba két csövön át folyik a víz. Ha csak

- az egyiket nyitják meg 5, ha csak a másodikat 7 óra alatt telik meg a tartó. Mennyi idő alatt telik meg, ha mind a két csövet megnyitják?
98. Ha a vízzel telt edény tartalmának $\frac{1}{3}$ át kibocsátjuk s azután 10 litert az edénybe öntünk, akkor az edényben eredeti tartalmának $\frac{7}{9}$ lesz. Mennyi víz volt az edényben?
99. Mekkora a háromszög oldalai, ha az egyik 15 m, a másik egyharmada, a harmadik egynegyede az egész területnek?
100. Bizonyos vár helyőrsége 3520 ember. Ezek közt a tüzérek száma 3-szor akkora, mint a huszároké, s a gyalogosok száma 4-szer oly nagy, mint a tüzéreké. Hogy oszlott meg a helyőrség fegyvernemek szerint?
101. Ha a kétjegyű számban, melyben a tízeseket jelentő szám kétszer akkora, mint az egyeseket fel-tüntető, felcseréljük a két jegyet, 36-tal kisebb számot kapunk. Melyik ez a szám?
102. Egy küldönc 8 órakor elindulván A-ből, 9-kor B-be ér. Egy másik 8 kor elindulván B-ből, 9 óra 20 perckor érkezik A-ba. Mikor találkoztak?
103. Mily nagy oly négyzet egyik oldala, melynek területe 17 m²-rel növekszik, ha az oldal 1 m-rel nagyobbodik?
104. Két hordóban 1179 l. bor van; ha az elsőből $\frac{1}{4}$, a másodikból $\frac{2}{5}$ részt elveszünk, a két hordóban egyenlő mennyiség marad. Mennyi volt mindegyikben?
105. Az agár üldözi a rókát. A róka 90 ugrással előnyben van; amíg az agár 7 ugrást tesz, a róka 10-et, ámde az agár 2 ugrása a róka 5 ugrásával ér fel. Hány szökés után éri utól az agár a rókát?
106. Valaki bizonyos összeget 8 ember közt akar kiosztani. Ha mindegyiknek 8 K-t akarna adni, annyi K hiányoznék, amennyi marad, ha mindegyiknek 7 K-t ad. Mennyi pénze volt?
107. A kávé Kg.-ja 5-ször drágább, mint a cukoré. Mennyi 1 Kg. kávé ára, ha 3 Kg. cukorért és 7 Kg. kávéért 31.92 K-t fizettünk?
108. A 7 K-t nyer B-től s akkor mindkettőnek egyenlő mennyiségű pénze van. De azután B visszanyeri pénzét és még 7 K-t s akkor 3-szor

annyi pénze lesz, mint A -nak. Mennyi pénzük volt a játék kezdetén?

109. Egy cseléd évi bére $210\ K$ és egy öltöny ruha. Mennyibe számították a ruhát, ha a szolga a szolgáltatást $7\frac{1}{2}$ hó múlva, mikor a ruhát már megkapta, elhagyván, $120\ K$ -t kap kézhez?
110. Két játékos egyenlő mennyiségű pénzzel fog a játékhoz. Az első $\frac{3}{5}$, a 2-ik $\frac{7}{10}$ részét vesztí el pénzének s ilyformán az elsőnek $3\ K$ -val többje marad, mint a másodiknak. Mennyi pénzük volt a játék kezdetén?
111. Hány tojást vitt a vásárra az az asszony, ki kosarának tartalmáról így adott számot: A tojások számának kétharmada 5-tel több, mint fele.
112. A tört számlálója 2-vel nagyobb, mint a 2-szeres nevező. Ha úgy a számlálót, mint a nevezőt 1-gyel kisebbítjük, a tört értéke 3. Melyik ez a tört?
113. Hányan utaztak a vonaton, ha az utasok $\frac{2}{3}$ -da az első, 12 utas a második, a megmaradt utasok $\frac{1}{3}$ -da a harmadik, az újabb maradék $\frac{1}{4}$ de a 4-ik állomáson kiszállt és még 42 utas a vonaton maradt?
114. A -ból 2 óra 15 p.-kor elindul egy gyalogos, ki p.-ként 76 m-t halad. Ezt 2 ó. 40 p.-kor egy lovas követi, ki 3 órakor utól is éri őt. Hány m-t tett p.-ként a lovas?
115. Ha egy könyvben 236 oldallal több lenne, mint amennyi van, úgy éppen annnyival több oldala lenne 400 nál, mint amennyivel most annál kevesebb az oldalszám. Hány oldala van?
116. A gyalogos 85 m-t hagy maga után percenként. Utána $1\frac{1}{3}$ óra múlva egy oly kocsí indul, mely percenként 165 m-nyire halad. Mikor éri utól a gyalogost?
117. A -nak $1\ K$ -val többje van, mint B -nek. Ha B még $7\ K$ -t ad A -nak, úgy A pénze B pénzének felével több, mint emezé. Mennyi pénzük volt?
118. Egy asszony almákat és körtéket árult. Összesen 100 darabot adott el és $1\ K$ -t vett be. Hány volt az alma és hány a körte, tudván, hogy 7 körtét 8 f-ért és 11 almát 9 f-ért adott?
119. Három család $15000\ K$ -t örökölt, mégpedig a családtagok arányában felosztva. Mennyit kap

mindegyik család, ha a szülők még élnek s az első családban 3, a másodikban 5, a harmadikban 6 gyermek van?

- 120.** A 170 cm hosszú vonalat osszuk oly két részre, hogy a följük szerkeszthető négyzetek területeinek különbsége 51 dm^2 legyen.

MÁSODIK RÉSZ.

9. §. Elsőfokú egyenletrendszerek.

- | | |
|---|---|
| 1. $x + y = 13.$ | 2. $39x + 2y = 80.$ |
| $x - y = 3.$ | $115x - 4y = 226.$ |
| 3. $3x - 7y = 9.$ | 4. $6x + 9y = 102.$ |
| $5x - 12y = 14.$ | $2x - 3y = -14.$ |
| 5. $8x - 7y + 5 = 0.$ | 6. $15x - 14y = 17.$ |
| $5x + 3y - 19 = 0.$ | $24x + 7y = 86.$ |
| 7. $7x - 3y + 1 = 0.$ | 8. $7x + 3y = 78.$ |
| $x + y - 17 = 0.$ | $7x - 6y = 33.$ |
| 9. $5x - \frac{y}{2} = 52.$ | 10. $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 3.$ |
| $6y - \frac{x}{3} = 92.$ | $\frac{5x}{4} - \frac{3y}{5} = 2.$ |
| 11. $\frac{2x}{3} - \frac{3y}{5} = 0.$ | 12. $\frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 4.$ |
| $\frac{x}{3} + \frac{2y}{5} = 7.$ | $\frac{2x}{15} - \frac{2}{3} = \frac{2y}{5}.$ |
| 13. $\frac{7x}{8} - \frac{9y}{10} + 2 = 0.$ | 14. $3(x + 2) = 7(y - 3).$ |
| $x - \frac{y}{2} - 3 = 0.$ | $5(x + 5) = 2(4y + 1).$ |
| 15. $\frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 8.$ | 16. $x + 2y = 1.87652.$ |
| $5x - \frac{y}{4} = 13.$ | $x - 2y = 0.12348.$ |

$$17. 1.3x + 2.5y = 63.$$

$$3.6x - 1.6y = 4.$$

$$19. \frac{8}{x} + \frac{7}{y} = 11.$$

$$\frac{14}{x} - \frac{5}{y} = 2.$$

$$21. \frac{x+2}{3} + \frac{y+5}{5} = 4$$

$$\frac{x-2}{2} - \frac{y-2}{3} = 0. \quad (x-1)(5y-3) = 3(3x+1).$$

$$23. \frac{x-y}{7} + \frac{x+y+1}{3} = \frac{5(x+3y)}{2}.$$

$$\frac{x-y-2}{4} + \frac{2x+9y}{5} = \frac{x+y+2}{5}.$$

$$24. \frac{2x-y+8}{4} + \frac{x-2y+20}{2} = \frac{5(x+y-12)}{8}.$$

$$\frac{10x-7y+5}{2} + \frac{7x-5y+8}{8} = 1.$$

$$25. \frac{16}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 1.$$

$$\frac{2}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 1.$$

$$27. x + ay = b.$$

$$x - by = c.$$

$$29. 5x - 7y = 9b - 2a.$$

$$7x - 5y = 2a + 9b.$$

$$30. \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a^2-b^2}.$$

$$\frac{x}{a-b} - \frac{y}{a+b} = \frac{2}{a^2-b^2}.$$

$$32. bex + 2b = cy.$$

$$b^2y - \frac{2b^5}{c} = c^3x - \frac{a}{bc}(c^3 - b^3).$$

$$18. \frac{1}{x} - \frac{1}{2y} = \frac{7}{15}.$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{2y} = \frac{29}{30}.$$

$$20. 17x - \frac{0.3}{y} = 3.$$

$$16x - \frac{0.4}{y} = 2.$$

$$22. (x-1)(5y-3) = 3(3x+1).$$

$$(x-1)(4y+3) = 3(7y-1).$$

$$26. 2x + y = a.$$

$$\frac{x}{y} = b.$$

$$28. ax + by = 50.$$

$$4ax - 5y = 25.$$

$$31. \frac{x+2}{y} - a = 0.$$

$$\frac{y+2}{x} - b = 0.$$

- 33.** $\frac{5x+6}{y} = 1.$ **34.** $\frac{x+y}{27} - \frac{x-y}{6} = \frac{1}{2}.$
 $\frac{2x}{75-2y} = 4.$ $\frac{2x-y}{x-y} = 6.$
- 35.** $ax - by = a^2 + b^2.$
 $(a-b)x + (a+b)y = 2(a^2 - b^2).$
- 36.** $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2a}{a^2 - b^2}.$ **37.** $\frac{5}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 4.$
 $\frac{bx-ay}{b^2-a^2} = \frac{2ab^2}{25}.$ $\frac{4}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 1.$
- 38.** $\frac{x-2y}{3} + \frac{2x-y}{6} = \frac{5}{6}.$ **39.** $x+2y+3z=10.$
 $\frac{3}{5}(x-y) - \frac{x+y}{10} = \frac{2}{5}.$ $2x-3y+5z=5.$
 $5x+6y-7z=20.$
- 40.** $x+y+z=27.$ **41.** $x+y+z=19.$
 $x-y+z=9.$ $\frac{x}{6} - \frac{3y}{4} + \frac{3z}{9} = 3.$
 $x+y-z=5.$ $\frac{x+y}{5} - \frac{z-x}{3} = 1.$
- 42.** $3x - z = 10.$ **43.** $\frac{5x-5y}{2} = 5.$ **44.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 16.$
 $5y-3z=12.$ $\frac{16}{x+z} = 1.$ $\frac{x}{8} + \frac{z}{16} = 4.$
 $4y-5x=1.$ $\frac{2y-z}{5} = 2.$ $\frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 10.$
- 45.** $\frac{x+1}{y+1} = 2.$ **46.** $ax + by + cz = abc.$
 $\frac{y+6}{z+2} = 3.$ $x - 5y + 2z = ab.$
 $\frac{z+5}{x-1} = 1.$ $3x + y - az = bc.$
- 47.** $\frac{3x}{8} + \frac{7y}{15} = 46.$ **48.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{2z}{7} = 58.$
 $2x - \frac{3z}{5} = 72.$ $\frac{5x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 76.$
 $\frac{y}{2} - \frac{3z}{8} = 15.$ $\frac{x}{2} - \frac{y}{5} + \frac{7z}{40} = \frac{147}{5}.$

$$\begin{array}{ll}
 49. x + y + 2u + 3z = 18. & 50. 3x + 5y - z + u = 14. \\
 x + 2y + u + z = 17. & 2x - 3y + 2z + 3u = 14. \\
 y + 3u - 4z = 9. & x + 7y - 3z + 5u = 26. \\
 u - z = 2. & 5x - y - z + u = 4
 \end{array}$$

51. Keressük a tört számlálóját és nevezőjét, ha azok összege 132, a tört értéke pedig $\frac{1}{3}$.
52. Két szám összege 132, különbségük 66. Melyik e két szám?
53. Ha Pálnak még 5 K -t adok, négyszer annyi pénze lesz, mint Péternek, ha pedig Péter kap 1 K -t, éppen annyi pénze lesz, mint a Pálé. Mennyi pénze van mindegyiknek?
54. 10 év előtt A 6-szor idősebb volt B -nél. 18 év múlva B kora $\frac{3}{4}$ része lesz az A korának. Mily idős mindakettő?
55. Melyik az a kétjegyű szám, mely 9-cel kisebb lesz, ha a számjegyek sorrendjét megfordítom és 99 lesz, ha ez utóbbi számot hozzáadom?
56. Két munkás közül A 15, B 18 napig dolgozik s a kettő együtt 120 K -t keres. Más alkalommal A 18, B 10 napig dolgozik és 74 K -t keresnek. Mennyi az A és mennyi a B napibére?
57. Két szám összege 16, négyzeteik különbsége 32. Melyek e számok?
58. Melyik az a tört, melynek számlálóját és nevezőjét 1-gyel nagyítva $\frac{1}{3}$ -hoz; 5-tel nagyítva $\frac{1}{2}$ -hez jutunk?
59. 700-at osszuk két részre 4 és 3 négyzetének arányában.
60. István így szól Jánoshoz: Kétszer oly idős vagyok, mint amennyi te akkor voltál, mikor én a te mai korodban voltam s mikor te oly idős fogsz lenni, mint én ma, a kettőnk kora 81 év lesz. Találd ki hány éves vagyok?
61. Valaki pénzt oszt ki a szegények közt. Ha mindegyiknek 2 K -t adna, 1 K -ja hiányoznék. Ha mindegyiknek 1.5 K -t ad, marad 1 K -ja. Hány szegény volt s mennyi pénzt akart elosztani?
62. Ha a kiránduló társaságban 10-zel többen lettek volna s mindegyik 1 K -val többet fizetett volna, 190 K -val lett volna több a költség; ha pedig 15-tel kevesebben lettek volna s egy személy költsége 3 K -val több lett volna, a költség

- 45 K -val lett volna kevesebb. Hányan voltak s mennyi volt az összes költség?
63. Melyik az a 3 szám, melyek közül, ha az elsőt a 2-ikkal, majd a 3-ikkal, végre a 2-ikat a 3-ikkal összeadjuk, az összeg 6, 8, illetőleg 10 lesz?
64. Melyik az a 3-jegyű szám, melynél a középső szám a másik kettő félösszegével és a számnak a számjegyek összegével való osztási hányadosa 15-tel egyenlő s a jegyek megfordítása által nyert szám 393-tal nagyobb az eredeti számnál?
65. Melyik az a 2 szám, melyek különbsége 1, négyzeteik különbsége 11?
66. Két pénzösszeg együttes évi kamatja 1410 K . Az egyik 5%⁰ ra, a másik 4·5%⁰-ra van kiadva. A 2 összeg nagyságának aránya 2:3. Mennyi a két tőke?
67. Mely két szám az, melyek összegének negyede 5-öt, különbségük 6-oda 2-t ad?
68. Melyik az a kétjegyű szám, melynél a számjegyek összege 15; s a számjegyek megfordítása által nyert szám 27-tel kevesebb, mint az eredeti?
69. Melyik az a két szám, melyek összege a , különbségük b ?
70. Melyik az a két szám, melyek különbsége m , négyzeteik különbsége n ?
71. Két utas indul A ból el. A B -be menő percenként 15 m-rel többet tesz, mint a C -be menő. Mindegyik annyi perc alatt végzi be útját, ahány m-t percenként halad. Mennyire jutnak percenként, ha az első utas útja 2025 m-rel több, mint a másodiké?
72. Ha egy hordóból 12 l. bort átöntünk a másodikba, úgy mindakettőben egyenlő bormennyiség lesz. Ha az első tartalmának 7-szeresét elosztjuk a másodikban foglalt literék számával, 9 a hányados. Mennyi bor van mindegyik hordóban?
73. Két derékszögű négyszög közül az első hossza 5 m, a másodiké 3 m. Az első 8 m-rel magasabb, mint a második, melynek átlója 8 m-rel rövidebb, mint az elsőé. Mily magasak ez idomok s mekkorák átlóik?
74. Két szám összege 1000; az elsőt 2-vel, a másodikat 3-mal szorozván, a szorzatok összege 2222. Melyek e számok?

75. Két számot gondoltam. Ha az első feléhez hozzáadom a második 2-szeresét, az összeg 40; viszont az első 3-szorosából levonván a második 4-szeresét, a különbség 32. Melyik e két szám?
76. Három játékosnál úgy fordult a dolog, hogy az, aki elvesztette a játszmat, megkétsherezte a másik kettő pénzét. Mindegyik vesztett egy-egy játszmat s akkor egyenlően 104 K-juk volt. Mennyi pénzzel fogott a játékhoz mindegyik?
77. Ha 2 cső közül az elsőből 3, a 2-ikből 4 órán át folyik a víz, 3960 l. víz folyik ki összesen. Ha ellenben az első csövet 5, a 2-ikat 2 órán át nyitjuk, 3800 l. víz folyik ki. Mennyi vizet ad mindegyik cső óránként?
78. Ha egy derékszögű-négyszög hosszát 3 m-rel apasztjuk, de egyidejűleg magasságát ugyanannyival növeljük, területe nem változik meg. Ellenben ha hosszát 5 m-rel növelvén, magasságát 3 m-rel csökkentjük, területe 16 m²-rel szaporodik. Mekkora a hosszúság és a magasság?
79. Számítsuk ki azon derékszögű négyszög oldalait, melynek területe, ha egyik oldalát 6, a másikat 5 m-rel szaporítjuk, 115 m²-rel nagyobbodik; ellenben az első 2, a másodikat 5 m-rel apasztva 35 m²-rel kisebbedik.
80. Három kerékpáros reggel 9 órakor A-ból B-be indul. A 2-ik minden percben 50 m-rel többet tesz, mint az első, ám 20 m-rel kevesebbet, mint a 3-ik. Az első 8, a második 2 perccel ér később B-be, mint a 3-ik. Mikor érkeztek meg B-be, hány m-t tett mindegyik percenként és mennyi az AB távolság?

10. §. Gyökvonás. Irracionális-, imaginárius- és komplex-számok.

Végezzük el a következő gyökvonásokat:

1. $\sqrt{(a+b)^2}$; $\sqrt{(a-b)^2}$; $\sqrt[3]{a^3}$. 2. $\sqrt[3]{a^{3n}}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{144}$.
3. $\sqrt[3]{\frac{27a^9}{125x^6}}$; $\sqrt{x^6(a+b)^4}$. 4. $\sqrt{x^{2n+4}}$; $\sqrt[3]{\frac{x^4}{x}}$.

$$5. \sqrt{\frac{25}{(x+y)^2}}; \sqrt[3]{a^{3n+9}}. \quad 6. \sqrt[m]{a^{mn}}; \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot x^6 \cdot y^9}{3^{12}}}$$

$$7. \sqrt[n]{a^{n\alpha + \beta}}; \sqrt{\frac{x^5 y^3}{xy}}. \quad 8. \sqrt{25a^{-6}b^4}; \sqrt[3]{a^{-9}}.$$

$$9. \sqrt[3]{8x^3y^2z^6}; \sqrt[3]{-27}.$$

$$10. -2\sqrt{100}; \sqrt{144+25}; \sqrt{144} + \sqrt{25}.$$

$$11. \sqrt{16+9}; \sqrt{16} + \sqrt{9}; \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{9}}.$$

$$12. \sqrt[5]{a^{15}}; \sqrt[n]{\frac{a^{2mn}}{x^{3n}}}; \sqrt[3]{\frac{1}{(1-x)^3}}.$$

Melyik racionális, melyik irracionális, melyik imaginárius ezek közül:

$$13. \sqrt{81}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{7}, \sqrt{x^2+2x+1}.$$

$$14. \sqrt[3]{-27}, \sqrt[3]{-16}, \sqrt{\frac{1}{16}}.$$

$$15. \sqrt[5]{-32}, \sqrt{-49}, \sqrt[3]{-a^3b^6}. \quad 16. \sqrt{x^2+1}, \sqrt[3]{216}, \sqrt{25.4}.$$

Vonjunk négyzetgyököket a következő számokból:

$$17. 9, 16, 144, 169, \frac{361}{1681}. \quad 18. 34225, 5410276.$$

$$19. 29376400. \quad 20. 185761. \quad 21. 546121. \quad 22. 877969.$$

$$23. 209764; \sqrt{\sqrt{810000}}. \quad 24. 659344. \quad 25. 5358240000.$$

$$26. 27920656. \quad 27. 43125489. \quad 28. 8101080036.$$

$$29. 9054081. \quad 30. 57289761; \sqrt{\sqrt{22667121}}. \quad 31. 4.8841.$$

$$32. 0.822649. \quad 33. 16.459249. \quad 34. 4312.5489.$$

$$35. 1.560001. \quad 36. 10.647169. \quad 37. 60.92270809.$$

$$38. 0.00762129. \quad 39. 1420.913025. \quad 40. 0.0009765625.$$

Vonjunk négyzetgyököket a következő összetett algebrai kifejezésekből:

$$41. x^2 + \frac{2xy}{z} + \frac{y^2}{z^2}. \quad 42. 9 - 6x + x^2.$$

- 43.** $9x^2 - 3xy + \frac{y^2}{4}$. **44.** $25 - \frac{10}{3}x + \frac{x^2}{9}$.
45. $\frac{a^2}{16} - \frac{3ab}{8} + \frac{9b^2}{16}$. **46.** $36 + 6x + \frac{x^2}{4}$.
47. $\frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2}$. **48.** $x^4 - 10x^3 + 31x^2 - 30x + 9$.
49. $9 + 12x + 34x^2 + 20x^3 + 25x^4$.
50. $x^8 - 6x^7 + 9x^6 - 14x^5 + 44x^4 - 6x^3 + 49x^2 - 14x + 1$.
51. $4a^6 - 20a^4 + 28a^3 + 25a^2 - 70a + 49$.
52. $36a^4 - 12a^3b + 145a^2b^2 - 24ab^3 + 144b^4$.
53. $25x^4 - 30x^3 + 29x^2 - 12x + 4$.
54. $\frac{x^2}{4} - 6x + \frac{x}{y} - \frac{12}{y} + \frac{1}{y^2} + 36$.
55. $a^6 - 4a^4 + 4a^2 + 10a - \frac{20}{a} + \frac{25}{a^4}$.
56. $49 + 70x - 17x^2 - 58x^3 + 45x^4 + 52x^5 - 20x^6 - 16x^7 + 16x^8$.
57. $x^2 + 2x + 3 + 2x^{-1} + x^{-2}$.
58. $x^6 - x^5 - \frac{11x^4}{4} + \frac{27x^3}{2} - \frac{15x^2}{4} - 18x + 36$.
59. $1 - 2x^{-1} - x^{-2} + 2x^{-3} + x^{-4}$.
60. $4x^3 - 2x + 4 - x^4 + \frac{x^2}{4} + x^6$.

Vonjunk köbgyököt a következő számokból:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------|
| 61. 343, 1000, 6859. | 62. 15069223. |
| 63. 531441. | 64. 33076161. |
| 65. 2803221. | 66. 338608873. |
| 67. 2449456192. | 68. 389816897625. |
| 69. 1560896. | 70. 6331625. |
| 71. 513345176343. | 72. 34328125. |
| 73. 128100283921. | 74. 592492345199. |
| 75. 952763904. | 76. 20910518871. |
| 77. 0082312875. | 78. 758301032159. |
| 79. 125600960512. | 80. 523606616. |

$$81. 725123750 \cdot 650140808. \quad 82. \sqrt[6]{\frac{64}{729}}$$

$$83. \sqrt[3]{\sqrt{46656}} \quad 84. \sqrt[3]{\frac{1}{729 \times 216}} \quad 85. \sqrt[3]{(56 \cdot 625104)^2}$$

Vonjunk köbgyököt a következő összetett algebrai kifejezésekből:

$$86. x^3 - 3x^2 + 3x - 1. \quad 87. a^3 - 9a^2 + 27a - 27.$$

$$88. 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1. \quad 89. x^6 + 6x^4 + 12x^2 + 8.$$

$$90. x^6 - 6x^5 + 12x^4 - 8x^3.$$

$$91. a^6 - 6a^5 + 15a^4 - 20a^3 + 15a^2 - 6a + 1.$$

$$92. x^{12} + 9x^{10} + 12x^8 - 63x^6 - 60x^4 + 225x^2 - 125.$$

$$93. 64 - 576a + 2160a^2 - 4320a^3 + 4860a^4 - 2916a^5 + 729a^6.$$

$$94. x^6 - 3x^5y + 6x^4y^2 - 7x^3y^3 + 6x^2y^4 - 3xy^5 + y^6.$$

$$95. 125x^6 - 225x^5 + 285x^4 - 207x^3 + 114x^2 - 36x + 8.$$

$$96. x^3 - 6x^2 + 12x - 11 + 12x^{-1} - 12x^{-2} + 3x^{-3} - 6x^{-4} - x^{-6}.$$

$$97. 1 - 9x + 39x^2 - 99x^3 + 156x^4 - 144x^5 + 64x^6.$$

$$98. \frac{x^3}{y^3} - \frac{9x^2}{y^2} + \frac{33x}{y} - 63 + \frac{66y}{x} - \frac{36y^2}{x^2} + \frac{8y^3}{x^3}.$$

$$99. x^{6n} - 3x^{5n} + 8x^{3n} - 6x^{2n} - 6x^n + 8 - \frac{3}{x^{2n}} + \frac{1}{x^{8n}}.$$

$$100. 8x^{-3} + 24x^{-2} + 12x^{-1} - 16 - 6x + 6x^2 - x^3.$$

Számítsuk ki 3 (4) tizedesig a következő értékeket:

$$101. \sqrt{3} + \sqrt{17}. \quad 102. \sqrt{39} + \sqrt{124}. \quad 103. 8 - \sqrt{7}.$$

$$104. \sqrt{0.75} + \sqrt{0.35}. \quad 105. \sqrt{11} - \sqrt{5}. \quad 106. \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}.$$

$$107. \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{8}. \quad 108. \sqrt{9.7} - \sqrt{5.3}.$$

$$109. \sqrt{0.795}. \quad 110. \sqrt{\sqrt{10}} - \sqrt{\sqrt{5}}.$$

Mennyi a négyzet egy oldala, ha területe:

$$111. 56.8749 \text{ m}^2. \quad 112. 17.528 \text{ m}^2. \quad 113. 5.76892 \text{ m}^2.$$

$$114. 0.769 \text{ m}^2.$$

Mennyi a kör sugara, ha területe:

- 115.** 397.678 m^2 . **116.** 153.93 m^2 . **117.** 113.097 m^2
118. 78.5416 m^2 .

Mi a mértani középátlós 2 tizedesig, a következő számok közt:

- 119.** 7 és 9. **120.** 3 és 5. **121.** 17 és 19.
122. 5 és 14. **123.** 27 és 35. **124.** 12 és 17.

Számítsuk ki 3 tizedesig ez értékeket:

- 125.** $\sqrt[3]{6}$. **126.** $\sqrt[3]{7 - 3\sqrt{3}}$. **127.** $\sqrt[3]{5 - 2\sqrt{2} + \sqrt{3}}$.
128. $\sqrt{\frac{32 - 2\sqrt{8}}{10}}$. **129.** $\sqrt{\frac{\sqrt{5} - 1}{4 - 1}}$. **130.** $\sqrt{\sqrt{1.69}}$.

Számítsuk ki 2 (3) tizedesig ez értékeket:

- 131.** $\sqrt[3]{2 + \sqrt{9}}$. **132.** $\sqrt[3]{53.5 + \sqrt{75}}$. **133.** $\sqrt[3]{552} \sqrt[3]{310}$.
134. $\sqrt[3]{36.937}$. **135.** $\sqrt[3]{0.00000059}$. **136.** $\sqrt[3]{3\sqrt{16} - 2\sqrt{4}}$.
137. $\sqrt[3]{387 - \frac{47}{8}}$. **138.** $\sqrt[3]{21 - 2\sqrt{25} + 3\sqrt{36}}$.
139. $\sqrt[3]{46}$. **140.** $\sqrt[3]{381}$.

Fejtsük ki néhány tagját e kifejezéseknek:

- 141.** $\sqrt{a^2 + x}$. **142.** $\sqrt{a^2 - x}$. **143.** $\sqrt{1 + x}$. **144.** $\sqrt{1 - x}$.
145. $\sqrt{a^3 + x}$. **146.** $\sqrt{a^3 - x}$. **147.** $\sqrt[3]{1 + x}$. **148.** $\sqrt[3]{1 - x}$.
149. Mennyi a 7.2 fajsúlyú 37.101 Kg. súlyú vasgömb sugara?

- 150.** Mennyi a 252436 m^3 térfogatú kocka egyik éle?

Milyen x érték mellett imagináriusok e kifejezések:

- 151.** $\sqrt{1 - x}$. **152.** $\sqrt{3 - 2x}$. **153.** $\sqrt{1 + 7x}$.
154. $\sqrt{1 + x\sqrt{3}}$. **155.** $\sqrt{x\sqrt{x} - 3}$. **156.** $\sqrt{a^2 - x^2}$.
157. $\sqrt{a^2 + x^2}$.

- 158.** Alkossuk $\sqrt{-1}$ hatványait a 17-iktől a 20-ikig.

Szerkesszük meg a síkon a következő komplex számoknak megfelelő pontokat:

- 159.** $2 + 3i$; $-4 + 5i$. **160.** $2 - i\sqrt{3}$; $4 - i\sqrt{5}$.

11. §. Számolás gyökmennyiségekkel.

a) Összeadás és kivonás.

$$1. 7\sqrt{3} + 5\sqrt{3}; m\sqrt{a} + n\sqrt{a}. \quad 2. 5\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27}.$$

$$3. 3\sqrt{m} - 5\sqrt{n} + 7\sqrt{m} + 9\sqrt{n} - 8\sqrt{m} - 4\sqrt{n}.$$

$$4. \sqrt{18} + \sqrt{50}; \quad 7\sqrt{5} - 5\sqrt{\frac{16}{5}} + \sqrt{\frac{4}{5}}.$$

$$5. 5\sqrt{x-1} + 7\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x-1} - 5\sqrt{x+1}.$$

$$6. 2\sqrt{12} - 3\sqrt{15} + 7\sqrt{108} - 10\sqrt{27} - \sqrt{48}.$$

$$7. 5\sqrt{7} + 3\sqrt{5} - (6\sqrt{7} - 5\sqrt{5}) - (5\sqrt{7} + \sqrt{5}) - (4\sqrt{5} - 8\sqrt{7}).$$

$$8. \sqrt{63} - 6\sqrt{24} + 2\sqrt{75} + 2\sqrt{98} - 3\sqrt{108} + 2\sqrt{54} - 3\sqrt{28} + \sqrt{2}.$$

$$9. 5\sqrt{50} - 3\sqrt{98} + 7\sqrt{72} + \sqrt{2} + 11\sqrt{8} - 8\sqrt{128}.$$

$$10. 5\sqrt{36x} - 3\sqrt{24x} + 2\sqrt{81x} - 4\sqrt{100x} + 2\sqrt{54x}.$$

$$11. 3^3\sqrt[3]{7} + 5^3\sqrt[3]{7} - 12^3\sqrt[3]{7} + 8^3\sqrt[3]{7}.$$

$$12. 5^3\sqrt[3]{2} - 3^3\sqrt[3]{16} + 2^3\sqrt[3]{54}; a^3\sqrt[3]{x^2} - b^3\sqrt[3]{x^2} + c^3\sqrt[3]{x^2}.$$

$$13. 3^3\sqrt[3]{1029} - 18^3\sqrt[3]{24} + 5^3\sqrt[3]{81}; 6^3\sqrt[3]{a} - 5^3\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{a}.$$

$$14. 8^3\sqrt[3]{16} + 7^3\sqrt[3]{54} - 5^3\sqrt[3]{150} + 9^3\sqrt[3]{128} - 16^3\sqrt[3]{2}.$$

$$15. 5^3\sqrt[3]{8a} - 2^3\sqrt[3]{27a} + 7^3\sqrt[3]{343a} - 11^3\sqrt[3]{64a}.$$

$$16. 8\sqrt{-12} + 5^4\sqrt{-80} - 6\sqrt{-3} + 3^4\sqrt{-405}.$$

$$17. 7\sqrt{-18} + 3\sqrt{-36} - 2\sqrt{-28} + 3\sqrt{-9} - 2\sqrt{-8} - \sqrt{-63} + 7\sqrt{-\frac{1}{7}}.$$

$$18. \sqrt{-24} + 3\sqrt{-54} - 2\sqrt{-96}; \sqrt[3]{-32} + \sqrt[3]{-2048} + \sqrt[3]{-864}.$$

$$19. \sqrt{-169} - \sqrt{-625} + \sqrt{-49} + \sqrt{-25} + \sqrt{-81}.$$

$$20. 3\sqrt{-64} + 9\sqrt{-4} - 2\sqrt{-100} + \sqrt{-9} - 4\sqrt{-36}.$$

b) Szorzás.

$$21. \sqrt{2} \cdot \sqrt{50}; \sqrt{a} \cdot \sqrt{5x}. \quad 22. \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}; \sqrt[3]{2a} \cdot \sqrt[3]{4a^2}.$$

$$23. \sqrt{3x} \cdot \sqrt{12x}; \sqrt{72} \cdot \sqrt{2}. \quad 24. \sqrt[4]{27a} \cdot \sqrt[4]{3a^2} \cdot \sqrt[4]{a}.$$

$$25. \sqrt[5]{8a^3} \cdot \sqrt[5]{4a^2}; \sqrt[m]{a^{3m-4}} \cdot \sqrt[m]{a^{2-2m}} \cdot \sqrt[m]{a^2}.$$

$$26. -2\sqrt[3]{5} \cdot -3\sqrt[3]{5} \cdot -4\sqrt[3]{5}. \quad 27. \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{5}.$$

$$28. -\sqrt{5} \cdot -3\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{4}. \quad 29. (3-3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{3}.$$

$$30. (\sqrt{8}-\sqrt{18}+\sqrt{128}) \cdot \sqrt{2}. \quad 31. (\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5}).$$

$$32. (4\sqrt{12}-2\sqrt{27}+\sqrt{48}-\sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}.$$

$$33. (3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7}).$$

$$34. \left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt{x}} \right) \left(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{x} + \sqrt{y} \right).$$

$$35. \left(\sqrt{x^n} - \frac{1}{\sqrt{x^n}} \right) \left(\sqrt{x^n} + \frac{1}{\sqrt{x^n}} \right).$$

$$36. (2\sqrt{8}+3\sqrt{5}-7\sqrt{2})(\sqrt{72}-5\sqrt{10}+2\sqrt{2}).$$

$$37. (\sqrt{a}-\sqrt{b-c})(\sqrt{a}+\sqrt{b-c}).$$

$$38. \sqrt[4]{(\sqrt{14}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{6})} \cdot \sqrt[4]{(\sqrt{14}-\sqrt{3}-\sqrt{7}+\sqrt{6})}.$$

$$39. (3\sqrt{12}-2\sqrt{2}+2\sqrt{6})(6\sqrt{3}+\sqrt{8}-\sqrt{54}).$$

$$40. \left(5\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - 2\sqrt{\frac{1}{6}} \right) (2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 6).$$

$$41. (3+\sqrt{5}-2\sqrt{7})(3+\sqrt{5}+2\sqrt{7}).$$

$$42. \sqrt{-3x} \cdot \sqrt{-12x}. \quad 43. \sqrt{a} + \sqrt{a^2-x^2} \cdot \sqrt{a-\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$44. (2-\sqrt{5}) \cdot \sqrt{3+5\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{4+2\sqrt{5}}.$$

$$45. \sqrt{-2a^2} \cdot \sqrt[3]{-4a^2}. \quad 46. (\sqrt{-5} + \sqrt{-2}) \cdot \sqrt{-7}.$$

$$47. (\sqrt{-3} + \sqrt{-7})(\sqrt{-3} - \sqrt{-7}).$$

$$48. (7+3\sqrt{-8})(5-4\sqrt{-2}).$$

$$49. (2\sqrt{-6} + 3\sqrt{-4})(3\sqrt{-3} - 2\sqrt{-2}).$$

$$50. (\sqrt{-10} - \sqrt{-5} + \sqrt{-2})(\sqrt{-10} + \sqrt{-5} - \sqrt{-2}).$$

$$51. \sqrt[5]{\sqrt{a+16} + \sqrt{a-16}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{a+16} - \sqrt{a-16}}.$$

$$52. (\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}).$$

$$53. \sqrt{x} - \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \sqrt{x} - \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \\ \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}.$$

$$54. \sqrt{5 + 4\sqrt{-1}} \cdot \sqrt{5 - 4\sqrt{-1}}.$$

$$55. (1 + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{7})(1 + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7}).$$

c) Osztás:

$$56. x : \sqrt{x^2}.$$

$$57. \sqrt{16} : 2.$$

$$58. \sqrt[3]{128} : 2.$$

$$59. \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} : \sqrt[3]{\frac{b^2}{a}}.$$

$$60. \sqrt{x} : \sqrt{\frac{x}{y}}.$$

$$61. 2 : 3\sqrt{2}.$$

$$62. \sqrt[5]{x^{n-1}} : \sqrt[5]{x^{n-6}}.$$

$$63. \frac{x}{y} : \sqrt{\frac{x}{y}}.$$

$$64. \sqrt{\frac{27a^9b^5}{5c^4}} : \sqrt{\frac{15a^7b^3}{c^2}}$$

$$65. \sqrt{x+y} : \sqrt{x^2+y^2}.$$

$$66. (a-b) : (\sqrt{a} - \sqrt{b}).$$

$$67. m \sqrt[2n]{-x} : n \sqrt[2n]{-x}.$$

$$68. \sqrt[2n]{-a} : \sqrt[2n]{-b}.$$

$$69. (\sqrt{24} - \sqrt{18} + \sqrt{12}) : \sqrt{3}.$$

$$70. (\sqrt{-10} + \sqrt{-70}) : \sqrt{-10}.$$

$$71. (\sqrt[3]{x^2 - 25} : \sqrt[3]{x+5}) : (\sqrt[3]{x^2 - 6x + 5} : \sqrt[3]{x-5}).$$

$$72. \left(a\sqrt{\frac{a}{b}} - b\sqrt{\frac{b}{a}} \right) : (\sqrt{a} - \sqrt{b}).$$

$$72/a. (35 - 10\sqrt{-3} - 21\sqrt{-7} + 6\sqrt{21}) : (5 - 3\sqrt{-7}).$$

$$73. (3a + 5\sqrt{ab} + 2b) : (\sqrt{a} + \sqrt{b}).$$

$$74. (3\sqrt{3} + \sqrt{15} - \sqrt{21} - 3\sqrt{5} - 5 + \sqrt{35}) : (3 + \sqrt{5} - \sqrt{7}).$$

$$75. (2\sqrt{6} - 4) : (1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}).$$

76. $\sqrt{\frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}} : \sqrt{\frac{x^2+8x+15}{x^2-4}}$
 77. $[\sqrt{x}(1+x) + x - \sqrt{y}(1+x+\sqrt{x})] : (\sqrt{x} - \sqrt{y})$
 78. $(5 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{15}) : (3 - \sqrt{5})$
 79. $\sqrt{\frac{a^2-3a-4}{a^2-5a-14}} : \sqrt{\frac{a^2+10a+9}{a^2-2a-8}}$
 80. $(5\sqrt{-7} - 7\sqrt{-5}) : (5\sqrt{-7} + 8\sqrt{-5})$
 81. $\sqrt{-72x^7} : \sqrt{-2x^5}$
 82. $(2\sqrt{15} - 7) : (1 + \sqrt{-3} - \sqrt{-5})$
 83. $(6 + \sqrt{10} - \sqrt{2a} + 3\sqrt{a} + \sqrt{5a} - a) : (3 + \sqrt{5} - \sqrt{a})$
 84. $1 : (3 - \sqrt{5})$ 85. $\sqrt[3]{8} : (2 + \sqrt[3]{8})$

d) Hatványozás.

86. $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$ 87. $(\sqrt{a})^3$ 88. $(\sqrt{x})^2$ 89. $(\sqrt[6]{a})^9$
 90. $(\sqrt[6]{5125})^3$ 91. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ 92. $(a - \sqrt{b})^2$
 93. $(2x - 3\sqrt{y})^2$ 94. $(3 - 2\sqrt{-5})^2$
 95. $(5\sqrt{x} - 4\sqrt{y})^2$ 96. $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$
 97. $(3 - \sqrt{x} + \sqrt{y})^2$ 98. $(5 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{-7})^2$
 99. $(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 4)^2 - (\sqrt{a} + \sqrt{b} + 4)^2$
 100. $(7\sqrt{x} + 5\sqrt{y})^2 - (7\sqrt{x} - 5\sqrt{y})^2$
 101. $(1 + \sqrt{x})^3$ 102. $(1 - \sqrt{a})^3$ 103. $(5 - \sqrt{7})^3$
 104. $(1 + \sqrt{5} - \sqrt{2})^3$ 105. $(a + \sqrt{-b})^3$
 106. $(1 - 2i)^3$ 107. $(\sqrt{-3} + \sqrt{-5})^3$
 108. $(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})^3$ 109. $(\sqrt{a + \sqrt{x}} - \sqrt{a - \sqrt{x}})^3$
 110. $\left(\frac{x}{a} + \frac{\sqrt{x}}{a^2} + \frac{\sqrt[3]{x}}{a^3}\right)^3$

e) Gyökvonás.

111. $\sqrt[3]{x}$ 112. $\sqrt{x}$ 113. $\sqrt[5]{a^{10}}$ 114. $\sqrt[3]{a^{10}b^{15}}$

115. $\sqrt{\sqrt{a}}$

116. $\sqrt{x\sqrt{x}a}$

117. $\sqrt[4]{8a^3x^{-3}\sqrt[3]{4a^{-1}x^2\sqrt{18x-1}}}$

118. $\sqrt[3]{x^6+6ax^5+15a^2x^4+20a^3x^3+15a^4x^2+6a^5x+a^6}$

119. $x\sqrt{x^{-1}\sqrt{x-1}}$

120. $\sqrt{2x^3\sqrt[3]{4x}\sqrt[4]{16x^8}}$

f) Az osztó racionalissá tétele.

121. $\frac{a}{\sqrt[3]{a^5}}$ 122. $\frac{4}{\sqrt[3]{6}}$ 123. $\frac{5}{\sqrt{7}}$ 124. $\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{10}}$

125. $\frac{5+\sqrt{7}}{5-\sqrt{7}}$ 126. $\frac{1}{1+\sqrt{x}}$ 127. $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{11}}{\sqrt{8}-\sqrt{11}}$

128. $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}$ 129. $\frac{a\sqrt{x}+b\sqrt{y}}{b\sqrt{x}-a\sqrt{y}}$ 130. $\frac{1}{2-\sqrt{8}}$

131. $\frac{-2\sqrt{-1}}{1-\sqrt{-1}}$ 132. $\frac{a}{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}$

133. $\frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{x-5}}{\sqrt{x+5}+\sqrt{x-5}}$ 134. $\frac{\sqrt{5}+3\sqrt{11}}{3\sqrt{5}-\sqrt{11}}$

135. $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}$ 136. $\frac{x-\sqrt{y}}{\sqrt{2x}+\sqrt{2}-\sqrt{z}}$

137. $\frac{1-\sqrt{a}-\sqrt{b}}{1-\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ 138. $\frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

139. $\frac{5+2\sqrt{-18}-\sqrt{-2}}{2-\sqrt{-8}}$ 140. $\frac{4-\sqrt{7}-\sqrt{-63}}{3-\sqrt{-5}}$

12. §. Irracionalis egyenletek.

1. $\sqrt{5+x}-1=\sqrt{x}$ 2. $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+12}}=1+x$

3. $\sqrt[3]{25+x}-2=10-3\sqrt[3]{25+x}$ 4. $\sqrt[3]{x+15}=3$

5. $\sqrt{\frac{x+5}{x-7}} = 2$. 6. $x-1 = \sqrt{x^2 - \frac{7}{4}x + \frac{1}{4}}$.
7. $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = \sqrt{4x+5}$.
8. $\sqrt{6+\sqrt{x-1}} = \sqrt{5+\sqrt{x+6}}$.
9. $\sqrt{x-6} + \sqrt{x+6} = 2\sqrt{x-1}$.
10. $x+3 - \sqrt{x^2+8x-1} = 0$.
11. $\sqrt{2x} + \sqrt{3x} = 4 - \sqrt{x}$. 12. $8 + \sqrt{(x-10)(x-5)} = x$.
13. $\sqrt{(x-4)(x+2)} + 2 = x$.
14. $3x-6 = \sqrt{9x^2-25x-30}$.
15. $\sqrt{x-5} = \frac{x-1}{\sqrt{x+7}}$.
16. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 7$. 17. $x-y=7$
- $3\sqrt{x}-2\sqrt{y}=6$. $\sqrt{x+1}-\sqrt{y+1}=1$.
18. $\sqrt{2x-a^2} + a = 2$. 19. $4\sqrt[3]{5x-8} = 3\sqrt[3]{9x+1}$.
20. $\sqrt{\frac{x^3-a^3}{x-a}} + a\sqrt{x^2+x+a} = x+a$.

13. §. A másodfokú egyenlet.

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

1. $x^2 = 49$. 2. $x^2 - 25 = 0$. 3. $\frac{x}{8} = \frac{8}{x}$.
4. $5x^2 = 180$. 5. $x^2 = (a+b)^2$.
6. $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$. 7. $\left(x - \frac{a}{b}\right)\left(x + \frac{a}{b}\right) = 0$.
8. $ax^2 = b^2 - cx^2$. 9. $\sqrt{2x+5} = x+1$.
10. $\frac{\sqrt{2\sqrt{2x^2+14}}}{2} = 2$.
11. $(1+x)(2+x)(3+x) + (1-x)(2-x)(3-x) = 120$.
12. $2x-5 = \sqrt{11x^2-20x-38}$.
13. $(5x+1)^2 + (5x-1)^2 = 202$.

$$14. x = \frac{531441}{x}.$$

$$15. (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7}) = 0.$$

$$16. x^2 - 2x = 3.$$

$$17. 2x^2 - 3x = 9.$$

$$18. 3x^2 + \frac{x}{2} = 105.$$

$$19. 5x^2 - 20x = 585.$$

$$20. (x + 2)^2 + (x - 2)^2 = (x + 3)^2 - 6.$$

$$21. x^2 + \frac{6}{7}x - \frac{1}{7} = 0. \quad 22. x^2 + \frac{x}{12} = \frac{1}{2}.$$

$$23. x - \frac{x^2}{50} = 8.$$

$$23/a. \frac{5}{x+11} + \frac{3}{x+2} = \frac{11}{x+3} - \frac{3}{x+4}.$$

$$24. x^2 - 20x + 91 = 0. \quad 25. \sqrt{5x+1} - \sqrt{3x-5} = 2.$$

$$26. 3x - 5 - \sqrt{x^2 - 2x + 8} = 0.$$

$$27. \frac{16}{7-x} - \frac{25}{10-x} = \frac{9}{8-x}.$$

$$28. \frac{x}{5} \left[3 - \frac{x}{2} - (4-x) \right] = 8.$$

$$29. \frac{2x^2}{5} + \frac{4x}{3} - \frac{1}{6} = \frac{12x}{5} + x - \frac{1}{2}.$$

$$30. \frac{7x+6}{x-2} = \frac{5x}{12} + 4.$$

$$31. \frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{6-x}. \quad 32. \frac{4}{x} - \frac{22-x}{4-x} = -3.$$

$$33. \frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{13}{6}. \quad 34. \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x-3}{2x} = 1.5.$$

$$35. \frac{x-a}{b} - 1 = \frac{b+x}{x}. \quad 36. \frac{x-a}{2a} = \frac{2b}{2x+a}.$$

$$37. \frac{a-b}{4(x-a)} + \frac{x+2b}{a+b} = 2.$$

$$38. x^2 - 4ax - bx\sqrt{3} + 4ab\sqrt{3} = 0.$$

$$39. \frac{x}{2} [7 + 4(x-1)] = 81.$$

$$40. \frac{1}{a} - \frac{2}{ax} - \frac{a-4}{x^2} - \frac{3}{ax^2} = 0.$$

$$41. \frac{a}{x} + \frac{a}{x+3} = \frac{a}{2}. \quad 42. \sqrt{2x+1} + \sqrt{3(x-1)} = 6.$$

$$43. x^2 + x = 5(1 + \sqrt{-1}).$$

$$44. 3x - 2\sqrt{x^2 - 3x + 6} = 7.$$

$$45. \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} = \frac{5}{x+1}.$$

$$46. 3x - 17 = \sqrt{7x^2 - 50x + 79}.$$

$$47. \sqrt{2x+3} + \sqrt{5x+1} = \sqrt{12x+13}.$$

$$48. \frac{4}{x-6} - \frac{3}{x-4} = \frac{13}{3x+2}.$$

$$49. \sqrt{x+3} + 3\sqrt{4x+1} = 3\sqrt{6x}.$$

$$50. \frac{4}{3(x^2-1)} + \frac{5}{9} = \frac{5}{x+1} - \frac{2}{3}.$$

$$51. \frac{a(b-x)(2b+x)}{b+x} = 3x.$$

$$52. \frac{5x-1}{6} + \frac{3x-1}{7} = \frac{5}{x} + x.$$

$$53. \frac{5x-8}{8} + \frac{38}{3x-5} = x-2.$$

$$54. \frac{5}{7-x} + \frac{2}{4-x} = \frac{4}{6-x} + \frac{3}{5-x}.$$

$$55. \frac{5x-3}{x+1} = \frac{8x-3}{2x+1}.$$

$$56. \frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{13}{6}. \quad 57. \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} = \frac{13}{6}.$$

$$58. \sqrt{x+1} + \sqrt{x+6} = 3. \quad 59. \frac{7x+10}{x-2} = \frac{5x}{12} + \frac{35}{6}.$$

$$60. \frac{1}{x} + \frac{1}{x+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}. \quad 61. \frac{8}{x^2} + 2 = \frac{16}{x}.$$

$$62. \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} = \frac{1}{x-c}. \quad 63. \frac{x+2}{2} (49-4x) = 54.$$

$$64. \frac{2x+1}{x+1} + \frac{3x-2}{3x+2} = \frac{11}{2}.$$

$$65. \frac{(3x-2)^2}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+13}{x+3} - \frac{3}{x+1}.$$

$$66. \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{24}. \quad 67. \sqrt{x+2} + \sqrt{2x+2} = \sqrt{7x}.$$

$$68. x^2 + 4 \cdot 3x = 27 \cdot 3. \quad 69. \frac{x}{5} - \frac{100-3x}{x}$$

$$70. \frac{x^2 - x + 3}{x^2 - 4x + 3} = \frac{x+3}{x-1}. \quad 71. \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}$$

$$72. \frac{x^2 - 2x + 6}{x^2 - 2x - 12} = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 3x - 16}.$$

$$73. \frac{18}{x} - \frac{10}{x-1} - \frac{4}{x-2} = 0.$$

$$74. \frac{2x^3 - 2x^2 + 1}{x^2 - 3x + 5} = 2x - 1.$$

$$75. \sqrt{2x+1} - 4\sqrt{3x-5} = 1.$$

76. Mely szám az, melynek négyzete és 5-szöröse együtt 66?

77. Bontsuk 25-öt oly két részre, hogy a részek szorzata 126 legyen.

78. Mely 2 szám összege 12, szorzata 20?

79. Mely 2 szám összege 20, négyzeteik különbsége 40?

80. Egy mulatság költsége 120 K volt. Ha 5-t 1 kevesebb résztvevő lett volna, mindenkinek 2 K -val többet kellett volna fizetni. Hányan voltak s mennyit fizetett egy-egy?

81. Egy társaság utiköltsége 90 K -t tett, de ketten nem fizettek s így a többinek $1\frac{1}{4}$ K -val többet kellett adni. Hányan voltak?

82. Pál születésekor bátyja Péter 5 éves volt. Ma kettőjük korának szorzata 265-tel több, mint összege. Hány éves Pál?

83. Két szám szorzata 54, hányadosa $\frac{2}{3}$. Melyek e számok?

84. A derékszögű négyszög oldalainak különbsége 7 m, területe 30 m^2 . Mily nagyok az oldalak?

85. Melyik 3 egymásután következő szám négyzetének összege 110?

86. Két vándor ugyanazon időben indul el bizonyos községből; az egyik észak, a másik kelet felé

halad, az egyik naponta 21, a másik 28 Km utat tesz. Mikor lesz kettőjük közt 245 Km a távolság?

87. Három szám aránya $2:3:4$. Négyzeteik összege 725. Melyek e számok?
88. Bizonyos számú munkás 432 m hosszú árok elkészítését vállalja magára; a munka megkezdésénél 4 kilép közülök s így a többire egyenként 9 m-rel hosszabb rész jut. Hányan voltak?
89. Hány gyermek között kellett felosztani a 30000 K örökséget, ha egy örökös halála után, minden élő része 1000 K-val emelkedett?
90. Melyik az a két egymásra következő páratlan szám, melyek szorzata 195?
91. Keressünk két számot, melyek különbsége 4, köbeik különbsége 64.
92. Bontsuk 11-et két oly részre, hogy azok köbeinek összege 341 legyen.
93. A négyzet átlója és oldala közt 6 m a különbség. Mennyi a négyzet területe?
94. Egy derékszögű háromszögben a hosszabbik befogó 2 m-rel rövidebb, mint az átfogó és 7 m-rel hosszabb, mint a második befogó. Mily hosszúak az oldalak?
95. Egy derékszögű háromszögben a két befogó hosszúság-különbsége 47 m. A befogók összege 14 m-rel nagyobb az átfogónál. Mekkora hosszú a 3 oldal?
96. Ha a tört számlálója 18-cal nagyobb, nevezője 16-tal kisebb lenne, a tört értéke kétszeresére növekednék. Melyik ez a tört, tudván, hogy számlálójának és nevezőjének összege 100?
97. A trapéz területe 285 m^2 . Hosszabb parallel oldala 20 m, magassága pedig a rövidebb parallel oldal $\frac{5}{6}$ -da. Mekkora a 2 utóbbi hosszúság?
98. Egy trapéz magassága 10 m; területe oly derékszögű négyszöggel egyenlő, mely két parallel oldalából szerkeszthető. A rövidebb oldal 2-szerese és a hosszabb 3-szorosa a magasság 8-szorosával egyenlő. Mekkora a két parallel oldal?
99. 108 K-ért posztót vettünk. Ha ugyanez összegért 3 m-rel többet kaptunk volna, 1 m 3 K-val kevesebbe került volna. Mennyibe került 1 m?



100. A 96 m^2 területű körgyűrűben a sugarak aránya $7:5$. Mekkora a sugarak?
101. A víztartó 2 csövön át tölthető meg. Az egyikkel 8 órával tovább tart a töltés, mint a másikkal. Ha mindkettő nyitva van, a töltés 2 óráig tart. Hány óráig tart a megtöltés egy-egy csövön?
102. Két kőműves együtt dolgozva 20 nap alatt épít fel egy falat. Meddig tartott volna a munka egynek-egynek, tudván, hogy az egyiknek 9 nappal tovább tartott volna?
103. Osszuk 590-et oly két részre, melyek szorzata 80464.
104. A derékszögű négyszög területe 6400 m^2 , kerülete 400 m. Mekkora az oldalai?
105. A derékszögű négyszög területe 3888 m^2 , kerülete 252 m. Mekkora az oldalai?
106. Az egyenlőszárú háromszög szára 3 m-rel rövidebb, mint alapja. Magassága 12 m; mekkora az oldalai?
107. A gyalogosnak a 6300 m-es út megtételére 45 perccel több időre volt szüksége, mint ahány m-t percenként megtett. Hány m-re jutott p.-ként?
108. Egy kocka köbtartalma 127 m^3 -rel gyarapszik, ha egy-egy éle 1 m-rel hosszabb lesz. Mennyi egy éle?
109. Egy tört számlálója 2-vel nagyobb, mint nevezője. A számlálót 1-gyel növelve, a nevezőt 3-mal apasztva, a tört $\frac{5}{3}$ -dal nagyobbá lesz. Melyik e tört?
110. A kétjegyű szám egyes jegye négyzete a tizesnek. A szám 3-szor akkora, mint jegyeinek szorzata. Melyik a szám?
111. Két szám összege 60. A 2 szám hányadosa a hányados reciprok értékénél 4·8-del nagyobb. Melyik e szám?
112. Két kocka együttes köbtartalma $72\cdot82 \text{ m}^3$. Éleik összege 6 m. Mekkora e kockák élei, felszínei, köbtartalmai?
113. Egy hordóba 50 l-rel több bort öntenek, mint vizet. E keverékből 10 l-t kivéve, azt vízzel pótolják. Ekkor a bor aránya a vízhez, olyan, mint $27:13$. Mennyi bort és mennyi vizet öntöttek eredetileg a hordóba?

- 114.** Mennyi a kör sugara, ha az 23 cm-rel rövidebb a centrumtól 7 cm távolban található húrnál?
- 115.** Bontsuk 384-et oly két tényezőre, melyek különbsége 8.
- 116.** Egy asszony 30 K értékű vaját visz a piacra. Ha 5 Kg-mal kevesebb lett volna a vaj, Kg-ját 20 f-rel drágábban kellett volna adnia, hogy ugyanannyit vegyen be. Hány Kg vaját adott el?
- 117.** Két szám közül az egyik 12-vel nagyobb, mint a másik. A két szám négyzetének összege 1130. Melyek e számok?
- 118.** Két hely távolsága 7.2 Km. A két helyről szembe két kocsí indul el. Az első 6 perccel később indul el, ám percenként 20 m-rel többet tesz meg, mint a második, mellyel éppen az út felénél találkozik. Hány m-t tesznek a kocsik percenként?
- 119.** Két utas a 45 Km-es úton szembe halad egymással. Az egyik 3 perccel kevesebb idő alatt tesz 1 Km-t, mint a másik. Mennyire jut óránként mindegyik, ha 5 óra múlva találkoznak?
- 120.** Két szám közül az egyik annyival több 5-nél, amennyivel a másik annál kevesebb. E két szám négyzetgyökének összege 16 négyzetgyökével egyenlő. Melyek e számok?

HARMADIK RÉSZ.

14. §. Negatív- és törteponensek. Számrendszerek.

1. Mit jelent: a^{-5} ; a^{-x} ; $\left(\frac{x}{a}\right)^{-3}$; $\frac{1}{a^{-4}}$; a^0 ?

Vonjuk össze a következőket:

$$2. 3x^{-2} + 5x^{-2} - 7x^{-2} + 9x^{-2} - 6x^{-2}.$$

$$3. 8a^{-3} + 7a^{-3} - 12a^{-3} - 2a^{-3}.$$

$$4. 7a^{-2}x^{-3} + 12a^{-3}x^{-2} + 9a^{-2}x^{-3} - 15a^{-2}x^{-3} - 11a^{-3}x^{-2}.$$

Tüntessük el az eredményből a negatív kitevőket a következőkben:

5. $6a^{-4}$. 6. $7a^3b^{-3}$. 7. $9x^2y^{-4}z$. 8. $5m^3n^{-5}p^{-7}$.
 9. $(x + y)^{-3}$. 10. $(3x + 5y)^{-2}$. 11. $(x - y)^{-3}$.
 12. $(a + x)(a - x)^{-1}$. 13. $(a^2 - b^2) \cdot (a + b)^{-2}$.
 14. $5 \cdot 3^{-2} + 9 \cdot 3^{-1}$. 15. $a^{-2}b - a^2b^{-2}$.
 16. $\frac{2}{3} \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} \cdot \frac{3}{4} \left(\frac{b}{a}\right)^{-2}$. 17. $\frac{5x^{-2}}{3x^{-3}} \cdot \frac{2y^{-1}}{4y^{-2}}$.
 18. $\frac{x}{a^{-4}}$. 19. $(a + b)^{-1} \cdot (a + b)^2$.
 20. $\frac{a^{2m-n}}{a^{-n}} \cdot \frac{b^{2m-p}}{b^{-p}}$. 21. $\frac{a + b}{(a - b)^{-1}}$.
 22. $(x^{-3} - y^{-3}) \left(\frac{1}{x^{-1}} - \frac{1}{y^{-1}} \right)$. 23. $\left(\frac{a - b}{a + b} \right)^{-2}$.
 24. $a^7 \cdot a^{-5}$. 25. $5x^2 \cdot -6x^{-5}$.
 26. $3(x - y)^{r-1} \cdot -5(x - y)^{-2}$.
 27. $\frac{5x^3(a - b)^{-1}}{7y^{-2}(a + b)}$. 28. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{-2}$. 29. $\left(1 + \frac{1}{a}\right)^{-3}$.
 30. $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^{-4}$. 31. $(2x^{-2} - 3y^{-3})^2$.
 32. $\left(\frac{x}{y^{-1}} + \frac{y}{x^{-1}}\right)^3$. 33. $\left(\frac{1}{a + x} - \frac{1}{a - x}\right)^{-1}$.
 34. $(2x^2 - 3x + x^{-1} + x^{-2})(2x + 6 + x^{-1} - x^{-2})$.
 35. $(a^2 - a + a^{-1} + a^{-2})(5 + 4a^{-1} - 3a^{-2})$.
 36. $(x^3 - 2x^2 + 3x - 5 + 6x^{-1} + 7x^{-2}) \cdot (3 - x^{-1} - 2x^{-2})$. 37. $a^{-3} : a^{-5}$.
 38. $72a^{-4} : 24a^{-6}$. 39. $44a^{-1} : 11a^{-3}$.
 40. $65x^2y^{-3}z^{-2} : 13x^3y^{-4}z^{-5}$.
 41. $(4a^{-2}b^2 - 8a^{-1}b + 10ab^{-1}) : 2a^{-1}b^{-1}$.
 42. $(4x^{-1} + 4x^{-2} + x^{-3} + 10x^{-4} - 3x^{-5}) : (2 - x^{-1} + 3x^{-2})$.

$$43. (6x^{-1} + x^{-2} - 3x^{-3} - 12x^{-4} - 7x^{-5} - 3x^{-6}) \\ (6 - 5x^{-1} - 4x^{-2} - 3x^{-3})$$

$$44. (5 - 2x - x^2 - 6x^{-1} - 5x^{-2}) : (1 - x^{-1} - x^{-2})$$

$$45. \sqrt{4 + 4a^{-1} + a^{-2}}.$$

$$46. \sqrt{x^2 + 2 + 2x^{-1} + x^{-2} + 4x^{-3} + 4x^{-4}}.$$

$$47. \sqrt{4 - 4x^{-1} - 3x^{-2} + 2x^{-3} + x^{-4}}.$$

$$48. \sqrt[3]{1 - 3x^{-1} + 3x^{-2} - x^{-3}}.$$

$$49. \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 30x - 25 + 30x^{-1} - 12x^{-2} + 8x^{-3}}.$$

$$50. \sqrt{-64x^{-3} + 240x^{-2} - 252x^{-1} + 5 + 63x + 15x^2 + x^3}.$$

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

$$51. 3x + 16x^{-1} = 16. \quad 52. 5x - \frac{-1}{4^{-2}} = 2.$$

$$53. \frac{1}{(2x - 3)^{-2}} = \frac{1}{(12x - 11)^{-1}}.$$

$$54. (3 + x^{-1})(4 + x^{-1}) = 14 + 4x^{-2}.$$

$$55. 2x^{-2} + x^{-1} = 3.$$

Tüntessük el a negatív kitevőket ezekben a törtekben:

$$56. \frac{3 + 4x^{-1} + 5x^{-2}}{2 - 3x^{-1} - 4x^{-2}} \quad 57. \frac{a^3 - 7a^{-2} + 15a^{-1}}{a^{-3} + 9a^{-2} - 12a^{-1}}.$$

$$58. \left(\frac{2 - x^{-1}}{4 - x^{-1} - 5x^{-2}} \right)^{-2}$$

$$59. \left(\frac{(x+2)^{-2} - (x-2)^{-2}}{(x+2)^{-2} + (x-2)^{-2}} \right)^{-1}$$

$$60. \left(\frac{(x+1)^{-1} - x^{-1}}{(x+1)^{-1} + x^{-1}} \right)^{-2}$$

Írjuk fel tizedestört alakban, mennyi:

$$61. 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5 + 2 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 10^{-3}.$$

$$62. 0 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}.$$

$$63. 3 \cdot 10 + 9 + 10^{-4}. \quad 63/a. 27 + \frac{1}{10^5}.$$

$$64. 538 : 10^5.$$

$$65. 187 : 10^{-4}.$$

Írjuk fel 10 fogyó hatványai szerint rendezett többtagúként a következőket:

$$66. 0.128. \quad 67. 2.3184. \quad 68. 0.505. \quad 69. 3.387.$$

$$70. 0.57305.$$

Fejezzük ki a 2-es, 5-ös, 6-os, 7-es számrend-szerben a következő tízes számrendszerbeli számokat:

$$71. 98; \quad 72. 327; \quad 73. 23875; \quad 74. 832728$$

$$75. 3078016.$$

Fejezzük ki 10-es rendszerben a következő 2-es rendszerbeli számokat:

$$76. 1001; \quad 77. 111110; \quad 78. 10101; \quad 79. 1111111;$$

$$80. 10101010.$$

Fejezzük ki a következő 5-ös rendszerbeli számokat a 7-es számrendszerben:

$$81. 13024; \quad 82. 24031; \quad 83. 1230234; \quad 84. 24 \ 341404$$

$$85. 3334444.$$

Fejezzük ki 2, 3, 4 helyre pontosan a 2-es 3-as, 5-ös rendszerben a következő 10-es rendszerbeli törtet:

$$86. \frac{32}{45}; \quad 87. \frac{75}{76}; \quad 88. \frac{128}{139}; \quad 89. \frac{208}{213}; \quad 90. \frac{1056}{1289}.$$

$$91. \text{Mi azon rendszer alapja, melyben } 602, \text{ mint } 738 \text{ jelenik meg?}$$

$$92. \text{Mi azon rendszer alapja, melyben } 33, \text{ mint } x^2 + x + 3 \text{ jelenik meg?}$$

$$93. \text{Mely rendszerben jelenik meg } 12551, \text{ mint } 30407?$$

$$94. \text{Mely rendszerben jelenik meg } 125, \text{ mint } x^3 + 7x + 5?$$

95. Mely rendszerben jelenik meg 99, mint 243?
96. Egy számot a 8-as rendszerben 15226 jelöl. Mely rendszerben jelenik meg e szám mint 10302?
97. 421 és 241 ismeretlen alapú rendszerben felírt számok különbsége a 9-es számrendszerben 103 egység. Milyen rendszerben vannak felírva a számok?
98. Mily számrendszerben írható $\frac{39}{81}$, a $4x^{-1} + 3x^{-2}$ alakban?
99. Mely rendszerben jelenik meg $\frac{27}{35}$, mint $\frac{33}{43}$?
100. Mely számrendszerben jelenik meg $\frac{17}{49}$, mint $2x^{-1} + 3x^{-2}$.

Gyökmennyiségekül írjuk fel a következőket:

101. $37^{4/3}$. 102. $a^{3/2}$. 103. $x^{3/4}$. 104. $2 \cdot 5^{0.7}$.
105. $x^{-0.2}$.
106. $\left(\frac{27}{64}\right)^{-2/3}$. 107. $(243x^3)^{-2/3}$. 108. $\left(\frac{64x^2}{121y^4}\right)^{-3/2}$.
109. $8^{11/3}$. 110. $16^{21/3}$. 111. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{m}{n}}$. 112. $a^{-\frac{p}{q}}$.
113. $125^{0.75}$. 114. $2^{\frac{4}{x}}$. 115. $\left(\frac{81}{16}\right)^{-3/4}$.

Hatványmennyiségekül írjuk fel a gyökmennyiségeket:

116. $\sqrt[3]{x^2}$. 117. $\sqrt[5]{x}$. 118. $\sqrt[1]{a}$. 119. $^{-1/3}\sqrt[3]{m^2}$.
120. $x+4\sqrt{ax+2}$. 121. $\sqrt[2/3]{\frac{25}{16}}$. 122. $\sqrt[3/4]{-5}$.
123. $\sqrt[4/5]{625}$. 124. $\sqrt[11/3]{\frac{81}{121}}$. 125. $^{-2}\sqrt{\frac{x}{y}}$. 126. $^{-3}\sqrt[3]{0.343}$.
127. $^{-3}\sqrt[3]{144x^6}$. 128. $\sqrt[5]{\frac{10000}{a^{10}}}$. 129. $^{-11/4}\sqrt[4]{3125}$.
130. $^{-8}\sqrt{x^{-12}}$.

Végezzük el a következő számításokat:

$$131. 36^{1/2}. 132. (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)^{1/3}. 133. 128^{1/7}.$$

$$134. \sqrt[3]{1\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{12\frac{1}{2}}. 135. 49^{1/2} + 125^{2/3}.$$

$$136. 512^{2/3} - 243^{2/5}. 137. (xy)^{-1/4} \cdot x^{1/6} \cdot y^{1/4}.$$

$$138. 32^{-2/5} : 64^{1/2}. 139. x^{2/3} \cdot \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x}.$$

$$140. a^{1/2} : -\sqrt[3]{a^2}. 141. (x^{2/3})^{4/5}. 142. (x^{1/2} \cdot y^{3/4})^{0.2}.$$

$$143. (\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{5/6})^{-4/7}. 144. \sqrt[1/2]{5} \cdot \sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[4]{2}.$$

$$145. \frac{a}{b} : \sqrt[4]{\frac{a}{b}}. 146. \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{x^2y^{-2}}{z^{-2}}} : \frac{1}{4} \sqrt{\frac{x^3y^{-2}}{z}}.$$

$$147. \sqrt[2]{\sqrt[3]{729}}. 148. \sqrt[2r]{\sqrt[5]{a^{-20r^2}}}.$$

$$149. (x^{1/2} + x^{1/3} + 2) \cdot (x^{-1/2} - x^{-1/3} - 3).$$

$$150. (a^{2/3} - 1 + a^{-2/3}) (a^{1/3} - a^{-1/3}).$$

$$151. \sqrt[4]{2a^{n-2}x^6} \cdot \sqrt[4]{4a^{2n+1}x^{n-3}} \cdot \sqrt[4]{2a^{n+1}x^{1-n}}.$$

$$152. (a^{4/3} - 2a^{2/3} - a^{1/3} + 2a^{-1/3}) (a^{1/3} - 2a^{-1/3}).$$

$$153. (x^3 - 3x^2 + 3x + x^{1/2} - 1 - 2x^{-1/2} + x^{-3/2}) : (x^2 - x + x^{-1/2}).$$

$$154. (2a^{1/2} - a^{1/3} + a - a^{3/2} + a^{4/3} - a^2 + 1 - a^{-1/6}) : (a^{1/2} - a^{1/3} + a).$$

$$155. (2x^3 + 2x^{2.5} + 2x^{2.2} - x^2 - x^{1.5} + x^{0.7} + x^{0.4}) : (2x^2 - x + x^{1/5}).$$

$$156. \sqrt[2]{\frac{m+n}{m-n} \sqrt{a^{m^2-2mn+n^2}}}.$$

$$157. (x - y) : (x^{1/2} + y^{1/2}). 158. (x - y) : (x^{1/3} - y^{1/3}).$$

$$159. (5a^{3/4} b^{2/3})^{1/2}. 160. (x^{1/2} - 1 + x^{1/3})^3.$$

15. §. A logaritmus és az exponenciális egyenlet.

Mennyi:

$$1. \log_4 16; \log_3 \frac{1}{64}; \log_5 625.$$

$$2. \log_7 \frac{1}{49}; \log_8 \frac{1}{8}; \log_7 2401.$$

$$3. \log_{12} 144; \log_{15} \frac{1}{225}; \log_{0.7} 0.343; \log_5 \frac{1}{125}?$$

Mennyi x , ha:

$$4. \log_5 x = 5; \log_8 x = 3; \log_{32} x = 0.2?$$

$$5. \log_7 x = 2; \log_6 x = -2; \log_{0.5} x = -5?$$

Mennyi az alap, ha:

$$6. \log 128 = 7; \log 243 = 5; \log 10000 = 4?$$

$$7. \log 0.25 = -1; \log 3125 = 5; \log \frac{81}{256} = 4?$$

Hogy írhatjuk fel „log.”-sal a következő kifejezéseket:

$$8. 4^6 = 4096. \quad 9. \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}. \quad 10. \left(\frac{16}{25}\right)^{1/2} = \frac{4}{5}.$$

$$11. 9^{-1/2} = \frac{1}{3}. \quad 12. \left(\frac{a^2}{b^2}\right)^{1/2} = \frac{a}{b}.$$

Írjuk fel hatványalakban, mit jelent:

$$13. \log_2 8 = 3. \quad 14. \log_3 81 = 4. \quad 15. \log_5 625 = 4.$$

$$16. \log_{0.5}^{0.0625} = 4. \quad 17. \log_{0.01}^{1000} = -2.$$

$$18. \log_8 2 = \frac{1}{3}.$$

Mi a következő számok logaritmusa 5 alapra:

$$19. 1. \quad 20. 25. \quad 21. 125. \quad 22. \frac{1}{5}. \quad 23. \sqrt[5]{5}.$$

$$24. \frac{1}{625}. \quad 25. 10. \quad 26. \frac{1}{10}?$$

Logaritmáljuk a következő egyenlőségeket:

$$27. x = 3ab. \quad 28. x = \frac{5m}{n}. \quad 29. x = a(p - q).$$

$$30. x = \frac{pq}{mn}. \quad 31. x = 625ab. \quad 32. x = \frac{ab}{2c}.$$

$$33. x = \frac{a(x + y)}{b(x - y)}. \quad 34. x = a^m \cdot b. \quad 35. x = 5625.$$

$$36. x = \frac{y^4 z^6}{n^2}. \quad 37. x = (0.3a)^3. \quad 38. x = \left(\frac{m}{n}\right)^p.$$

$$39. x = \sqrt[3]{a}. \quad 40. x = \sqrt[5]{40b}. \quad 41. x = \sqrt[m+n]{a^m b^n}.$$

$$42. x = 5a^2 \sqrt[6]{b}. \quad 43. x = \frac{9a^2 \sqrt[3]{b^2}}{3\sqrt{b}}.$$

$$44. x = \frac{18a(z - y)}{27b(z + y)}. \quad 45. x = \left(\frac{1}{yz}\right)^{1/2}.$$

$$46. x = \sqrt{a \sqrt{a^2 \sqrt{a^3}}}. \quad 47. a^{x+n} = b^{x-n}.$$

$$48. pq = \frac{m}{n}. \quad 49. \sqrt[x]{a} = b^n.$$

$$50. x = \frac{m(a^2 + b^2)^3 (\sqrt[3]{a + b})^{-4}}{n(a - b)^2 (\sqrt[4]{a - b})^{-2}}.$$

Mely egyenlőségek logaritmálásából keletkeztek ezek:

$$51. \log a - \log b = \log m - \log n.$$

$$52. m \log x = n \log y. \quad 53. 5 \log x + 4 \log y = 3 \log z.$$

$$54. \log x = \frac{1}{3} \log(a + b) + \frac{4}{5} \log(a - b).$$

$$55. \log y = \frac{a \log x}{b}.$$

$$56. \log x = \frac{4}{5} \log a + \frac{3}{4} \log b - \frac{5}{6} \log d.$$

$$57. \log(x + y) + \log(x - y) - \frac{1}{2} \log(x^2 - y^2) = \log u.$$

$$58. \log x = \log m + \frac{\log m}{a} - \frac{\log m + \log n}{b}.$$

$$59. \log z = -\log x + \log \frac{1}{x+y}.$$

$$60. \log x = \frac{1}{2} \left(3 \log 3 + \frac{1}{2} \log 8 - \frac{1}{2} \log 36 \right).$$

Írjuk fel a következő számok *Briggs-féle* logaritmusait:

$$61. 10, 100, 1000, 10000; 1, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001.$$

$$62. \sqrt{10}, \sqrt[3]{10}, \sqrt[4]{10}, \sqrt[5]{10}; \sqrt[3]{100}, \sqrt[4]{100000}, \sqrt{0.01}, \sqrt[3]{0.001}.$$

$$63. a = 10^{2.71829}; b = 10^{1.32456} \cdot 10^{2.18594}; c = 10^5 : 10^{2.31527}.$$

$$64. x = (10^{0.18279})^4; y = \sqrt[6]{10^{2.71833}}; z = \sqrt[3]{10^{1.827} \cdot 10^{0.321}}.$$

$$65. 43, 378, 6257. \quad 66. 57816, 0.369, 0.7326.$$

$$67. 32.8678, 0.00365. \quad 68. 0.0006789, 118.17.$$

$$69. \frac{3}{8}, \frac{15}{22}, \frac{22}{7}. \quad 70. \frac{2125}{8867} 0.2042.$$

$$71. 1.873, 29872. \quad 72. 100.75, 18.567.$$

$$73. 10001, 8.0808. \quad 74. 0.050505, 5.0008.$$

$$75. 9899.1, 0.7689. \quad 76. 56565, 5.6565.$$

Keressük:

numerus log.	numerus log.	numerus log.
77. 2.85038	78. 0.91211	79. 2.38714
1.31725	1.05354	4.68506
80. 0.87701	81. 3.63299	82. 0.58592
0.00512—1	0.95435—3	0.48900—2
83. 0.78341—1	84. 3.11654—1	85. 0.72839—2
5.08038	2.00689	4.32145
86. 2.81756	87. 1.81756	88. 0.81756
0.81756—1	0.81756—2	0.81756—3
89. —2.98600	90. —1.04101	91. —0.12789
—1.88000	—2.64711	—3.02156

Logaritmlással számítsuk ki:

$$92. a = 872.56 \times 79.856. \quad 93. b = 56821 \times 87932.$$

$$94. c = 0.8796 \times 3.14159.$$

$$95. d = 19.871 \times 27.37 \times 10.56.$$

$$96. e = 67.99 \times 287.6 \times 0.0579.$$

$$97. f = \frac{86.77 \times 18.26}{738.5}. \quad 98. g = \frac{728 \times 5.975}{374 \times 8.27}.$$

$$99. h = (5698.5 : 875.2) : 3.716.$$

$$100. g = \frac{31.756 \times 5.8703 \times 0.3756}{0.037 \times 0.3615 \times 0.0029}.$$

$$101. \frac{412 \times 828 \times 3249}{1083 \times 103 \times 92}$$

$$102. \frac{31.071 \times 21.372 \times 7.259}{0.515 \times 0.719 \times 0.021}. \quad 103. 5.817^2.$$

$$104. 1.786^5. \quad 105. 2.716^9. \quad 106. 0.8976^5.$$

$$107. 56.85^2. \quad 108. 2.884^{1/2}. \quad 109. 5.072^{-3}.$$

$$110. 0.8956^{2/3}. \quad 111. 100^{1.57943}. \quad 112. \left(\frac{1}{3.567}\right)^4.$$

$$113. \left(\frac{36.85}{7.15}\right)^4 \quad 114. \left(\frac{8.7826}{0.5792}\right)^3.$$

$$115. (4.738 \times 0.2475)^{14}. \quad 116. \sqrt[3]{\frac{128}{9657}}.$$

$$117. \sqrt{48.9656}. \quad 118. \sqrt[7]{633800}. \quad 119. \frac{\sqrt{654.045}}{0.0052^2}.$$

$$120. \sqrt[10]{6984000000}. \quad 121. 5.072 \sqrt[4]{85.49}.$$

$$122. \sqrt[3]{\frac{23}{75.586}}. \quad 123. \sqrt[3]{0.09} \sqrt[3]{\frac{29}{71}}.$$

$$124. (0.7385 \sqrt[7]{215.8})^5. \quad 125. \frac{1}{0.3925} + \sqrt[4]{\frac{786.5}{819.75}}.$$

$$126. \frac{4 \sqrt[3]{573.892} - 3 \sqrt[3]{678.92}}{45 \sqrt{63.454} - 5 \sqrt[3]{6.789}}. \quad 127. (\sqrt{5} + \sqrt{9})^{1/4}$$

$$128. \sqrt[4]{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 15}. \quad 129. \sqrt[7]{5.398 - \frac{1.953}{0.01563}}.$$

$$130. 5.073 \sqrt[8]{\frac{1}{0.02751}} + \sqrt[3]{72355}.$$

Adva van 2 és 3 log. — a. A tábla használata
 131. nélkül állapítsuk meg, mennyi $\log 8$; $\log 12$;
 $\log 150$?

Ha a háromszög oldalai a, b és c és $a+b+c=2s$,
 akkor annak területe: $t=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

Mennyi a háromszög területe, ha:

132. $a=3.726$, $b=5.375$, $c=7.9305$?

133. $a=18.3052$, $b=23.1018$, $c=28.9057$?

134. Mennyi x , ha $\left(1\frac{2}{3}\right)^x=10$?

135. Mennyi $\log^2 a$ és $\log \log a$, ha $a=89.75$?

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

136. $\log x - \log 6 = 2$.
 $\frac{x}{x-1} - \frac{6}{x-1}$

137. $\log \sqrt{4+3x+4x^2} - \log \sqrt{1-x+3x^2} = \frac{1}{2}$.

138. $\sqrt[3]{\log x} = 1.49$. 139. $\log(7x-9)^2 + \log(3x-4)^2 = 2$.

140. $\log x + \log y = 2$; $x - y = 15$.

141. $\log \sqrt{x} - \log \sqrt{y} = 0.12494$;
 $3 \log x - 2 \log y = 1.70387$.

142. $\log x + \log y = 2$; $x^2 + y^2 = 641$.

143. $\log \sqrt{7x+5} + \log \sqrt{2x+3} = 1 + \log 4.5$.

144. $\sqrt[5]{\log x} + \sqrt{\log^2 x} + 802.56 = 2$.

145. $x + y = 94$; $\log x + \log y = 2.64836$.

146. $21^x = 9261$. 147. $\frac{2^{8x-10} \cdot 3^{x+2}}{8^{x-4} \cdot 6^{7-x}} = \frac{1}{3} \cdot 9^{x-2}$.

148. $x+2\sqrt{7776} = \frac{2^x \cdot 3^{x-2}}{4}$. 149. $5^x \cdot 3^{2x} = \sqrt[5]{91125}$.

150. $\left(\frac{123}{134}\right)^{\frac{x+1}{x+2}} = \frac{345}{456}$. 151. $3^{x^2+3} = 81^{2x-3}$.

152. $3^{2x} + 4 \cdot 3^{2x-2} - 4 \cdot 3^{2x-1} = 27$.

153. $5^{2x+1} - 7^{x+1} = 5^{2x} + 7^x$.

$$154. 3^x + 4^y = 73; 3^x \cdot 4^y = 576.$$

$$155. 7x^{\log x} = 90 \cdot 808. \quad 156. 3^x - 5 \cdot 3^{x-2} = 4.$$

$$157. 52^x = 390625. \quad 158. 5^{x^2-5x+10} = 625.$$

$$159. x^{5-\log x} = 1000000. \quad 160. 10^{x^2-3x+4} = 100.$$

$$161. 2^{x+y} = 128; xy = 12.$$

$$162. \log(3x^2 - 17x + 2) - \log(x^2 - 6x - 1) = \log 2.$$

$$163. \log x - \log y = 3; 3x - 2y = 609.$$

$$164. \frac{x-1}{\sqrt{a^{x^2}}} = \frac{x}{\sqrt{a^{x^2+2x-2}}}.$$

$$165. 5^{\log x} = \frac{10^{4-\log x}}{4}. \quad 166. 4^{\sqrt{x+1}} = 64 \cdot 2^{\sqrt{x+1}}.$$

$$167. 10^{1+\log x} = 8 \cdot 5^{2\log x-1}.$$

$$168. \log(x^2 - 1) - \log(x^2 - 7x + 12) = \log 4.$$

$$169. \sqrt{3^x + 7} + \sqrt{4 \cdot 3^{x+1} + 13} = 15.$$

$$170. \left(\frac{x}{10}\right)^{1+\log x} = 10000.$$

16. §. A számtani haladvány.

Mennyi u és s , ha:

$$1. a=3, d=2, n=7. \quad 2. a=5, d=1.5, n=8.$$

$$3. a=25, d=-7, n=10.$$

$$4. a=7\frac{5}{6}, d=2\frac{1}{3}, n=18.$$

$$5. a=\frac{5}{6}, d=-1, n=8.$$

$$6. a=-38, d=13, n=12.$$

Mennyi a és d , ha:

$$7. u=20, s=75, n=6. \quad 8. u=20, s=77, n=7.$$

$$9. u=-12, s=0, n=7. \quad 10. u=3, s=18.75, n=10.$$

$$11. u=-8, s=-4, n=8.$$

$$12. u=-\frac{1}{2}, s=0, n=5.$$

Mennyi a és s , ha:

13. $u=26, n=9, d=3$. 14. $u=0, n=8, d=-5$.

15. $u=-1, n=6, d=-\frac{1}{2}$.

16. $u=3, n=9, d=\frac{1}{3}$. 17. $u=36, n=14, d=4$.

18. $u=5, n=9, d=-2\frac{1}{2}$.

Mennyi s és n , ha:

19. $a=4, d=5, u=49$. 20. $a=63, d=-7, u=6$.

21. $a=\frac{1}{4}, d=\frac{1}{4}, u=3$. 22. $a=5, d=-\frac{1}{2}, u=0$.

23. $a=12\frac{1}{4}, d=-\frac{1}{4}, u=6$.

24. $a=242, d=-11, u=0$.

Mennyi a és d , ha:

25. $a_3 + a_7 = -2$; $a_2 + a_4 = 6$.

26. $a_3 + a_6 = -5$; $a_2 - a_{10} = 40$.

27. $a_7 - 2a_2 = 3$; $2a_5 - a_{10} = 6$.

28. $a_1 + a_3 + a_5 = 45$; $a_7 + a_{12} = 69$.

29. $a_6 = 10$; $\sqrt{a_1} - a_4 + 11 = 0$.

30. $a_3 \cdot a_6 = 55$; $a_8 = 15$.

31. 1 és 207 közt mennyi az 5-tel osztható számok összege?

32. Mennyi az összes 8-cal osztható 3-jegyű számok összege?

33. Hány 5-jegyű szám osztható 11-gyel?

34. A szabadon eső test az első mp.-ben 4.9 m., minden következőben 9.8 m-rel több utat ír le, mint a megelőzőben. Mily mélyre esik az ily test 8 mp. alatt? Mily magasról jut a földre 11 mp. alatt?

35. Hány ütést tesz az óra egy nap alatt, ha csak az órákat üti?

36. Egy szolga kezdő-fizetése 400 K, amely évenként 40 K-val emelkedik. Hány évig szolgált, ha összesen 13320 K-t kapott?

37. Mennyi a haladvány tagjainak száma és utolsó tagja, ha első tagja 17, különbsége 8, a tagok összege 4785?
38. Osszunk el 1000 K -t 16 egyén között, úgy, hogy minden következő 5 K -val többet kapjon. Mennyit kap egy egy?
39. $u=97$, $d=3$, $s=1612$; mennyi a és n ?
40. Mennyire jutott az utas 5 óra 51 perc alatt, ha az első Km -t 11 perc alatt, minden következőt $\frac{1}{5}$ perccel több idő alatt tette meg, mint a megelőzőt?
41. Igtassunk 5 és 9 közé 9 új tagot.
42. Igtassunk 15 és 249 közé 12 új tagot.
43. Igtassunk 24 és 156 közé 40 új tagot.
44. A 2, 14, 26 haladvány 2—2 tagja közé 7—7 új tagot igtatunk.
45. Egy számtani haladvány 3. és 5. tagjának összege 32, a 4. és 10. tagé 50. Mennyi a 25. tag és a 25 első tag összege?
46. Három szám $(a-d, a, a+d)$ számtani haladványt alkot. Összegük 33, szorzatuk 1287. Melyek e számok?
47. A haladvány 3. és 7. tagjának összege 46; a 2. és 6. tag aránya 2:7. E sor hány tagjának összege 1575?
48. Határozzuk meg a 4 számból álló haladványt, ha a 4 szám összege 68, a számok négyzeteinek összege 1476.
49. A négy számból álló haladvány középső tagjainak szorzata 493, a két szélső tag szorzata 205. Melyik e haladvány?
50. 3 szám számtani haladványt alkot. Az 1. és 2. négyzetének összege 25, a 2. és 3. négyzetéé 41. Melyek e számok?

17. §. A véges mértani haladvány.

Ha a geometriai haladványban:

1. $a=5$, $q=3$; mennyi a_7 és s_7 ?
2. $a=3$, $q=\frac{1}{2}$; mennyi a_4 és s_4 ?
3. $a=25$, $q=-5$; mennyi a_{10} és s_{10} ?

4. $a_3 = 4$, $a_4 = 2$; mennyi a_{12} és s_{12} ?
5. $a_5 = 24$, $a_6 = 12$; mennyi a_{12} és s_{12} ?
6. $q = \frac{2}{3}$; mennyi a_6 és s_6 ?
7. $a = \frac{1}{4}$, $q = -2$; mennyi a_{15} és s_{15} ?
8. $a = 390625$, $q = \frac{3}{5}$; mennyi a_8 és s_8 ?
9. Mennyi a 12, 36 stb. haladvány 5. tagja és 5 első tagjának összege?
10. $a = 0.008$, $a_8 = 625$; mennyi q és s_8 ?
11. $a = 500$, $q = \frac{3}{5}$, $n = 17$; mennyi u és s ?
12. $a = 7$, $q = 5$, $u = 4375$; mennyi s és n ?
13. Mennyi 9 tag összege az 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ stb. haladványban?
14. 11000 K -t négy részletben kell törleszteni úgy, hogy minden részlet 3-szorosa legyen a megelőzőnek. Mekkora a részletek?
15. 775-öt 3 részre kell osztani, úgy, hogy mindegyik 5-szöröse legyen az előzőnek.
16. Mennyi q és n , ha $a = 13$, $u = 8125$, $s = 10153$?
17. Mennyi q és a_5 , ha $s_5 = 8295$, $a = 15$?
18. Három szám, melyek elseje 7, összege 511, mértani haladványt alkot. Melyek e számok?
19. Mennyi n és u , ha $a = 5$, $q = 2$, $s = 2555$?
20. Mennyi q és a , ha $n = 6$, $s = 2912$, $u = 1944$?
21. Három szám közül az utolsó 8256, a 3 szám összege 10836. Melyek ezek?
22. Melyik az a haladvány, melynek első tagja 10935, utolsó tagja 5, összege 16400?
23. Mennyi a és u , ha: $n = 10$, $s = -2046$, $q = -2$?
24. A haladvány kezdő tagjai 9, 3; összege $13\frac{13}{27}$. Mennyi n és u ?
25. A 6 tagú haladvány első tagja 1875, összege 2656. Mennyi u és q ?
26. 7 és 9 közé 9 számot igtassunk úgy, hogy 11 tagú mértani haladványt nyerjünk.
27. Igtassunk 2 és 10 közé 3 új tagot.
28. Igtassunk 3 és 80 közé 5 új tagot.

29. Melyik az a mértani haladvány, melyben $a_1 + a_3 = 10$;
 $a_2 + a_4 = 10$?
30. Melyik az a haladvány, melyben 3 tag összege 26, szorzata 216.
31. A 2, 4, 8 haladvány tagjai közé 1—1 tagot igtassunk úgy, hogy ismét mértani haladványt nyerjünk.
32. Igtassunk 1 és 4 közé ezekkel mértani sort alkotó 10 tagot.
33. Három mértani sort alkotó szám összege 26. A középső számhoz 4-et adva számtani sort nyerünk. Melyek e számok?
34. A mértani haladvány 3. és 4. tagjának összege 180, a 8. és 9. tagoké 43740. Melyik haladvány ez?
35. Az 5 tagú mértani haladvány páratlan tagjainak összege 63, a párosoké 30. Melyik e haladvány?
36. Mi a kvociense a 4-gyel kezdődő mértani haladványnak, ha hetedik tagja 2916?
37. Melyik az a mértani haladvány, melynek 3. tagja 225, 6. tagja 28125?
38. Mennyi ama sor 10 első tagjának összege, melyben $a = 9$, $a_1 + a_3 = \frac{10}{9}$?
39. A haladvány 4 tagjából alkotott négyzetek összege 2125. Az 1. tag $\frac{1}{2}$ -del kisebb, mint a 2-ik; a 3-ik 2-vel, mint a 4-ik. Melyik e haladvány?
40. Egy aránylat 4 tagja mértani haladványt alkot. A külső tagok összege 140, a belsőké 60. Melyik ez aránylat?

NEGYEDIK RÉSZ.

18. §. A kamatoskamatszámítás.

Mennyire nő egész évi kamatosítás mellett kamatoskamatokkal:

1. 5125 K 5 $\frac{0}{10}$ mellett 10 év alatt;
2. 6000 K 4 $\frac{0}{10}$ mellett 25 év alatt;
3. 2580 K 4 $\frac{1}{4}$ $\frac{0}{10}$ mellett 15 év alatt;

4. 800 K $3\frac{1}{2}$ mellett 18 év alatt.
5. Végezzük el az 1—4. példában adott feladatokat arra az esetre, ha félévi (harmadévi, negyedévi) a kamatosítás.

Mily nagy tőke nő fel egész (fél) évi kamatosítással:

6. 15 év alatt $4\frac{1}{2}\%$ mellett 22820 K -ra.
7. 20 év alatt 4% mellett 10000 K -ra.
8. 22 év alatt 4% mellett 17000 K -ra.
9. 30 év alatt $4\frac{1}{2}\%$ mellett 30000 K -ra.
10. 12 év alatt $6\frac{1}{4}\%$ mellett 50000 K -ra?
11. Hány év alatt lesz 3-szorossá a tőke 5% , 4% mellett?
12. Hány év alatt nő 7000 K 9580 K -ra 4% mellett?
13. Hány év alatt nő 20000 K 37038·9 K -ra? ($4\frac{1}{2}\%$, $\frac{1}{4}$ évi kamat.)
14. Mennyi a 12 év múlva esedékes 10000 K mai értéke (4% , félévi kamat)?
15. 4825 K 8 év alatt hány $\%$ mellett nő 10000 K -ra?
16. Mely tőke nő $4\frac{1}{2}\%$ mellett 10 év alatt annyira, amennyire 8549 K 5% mellett, 7 év alatt?
17. Hány $\%$ mellett nő 4800 K 19 év alatt 9228 K -ra?
18. Egy erdő faállománya 1902-ben 149550 m^3 -re becsültetett, a növekedés tapasztalat szerint $2\frac{3}{8}\%$. Mikor lesz a faállomány 200000 m^3 ?
19. Mennyi idő alatt nő félévi kamatosítással 5200 K , 4% mellett, 7427 K -ra?
20. Hány $\%$ mellett nő 100 K 15 év alatt 200 K -ra, ha félévi a kamatosítás?
21. Mennyi pénze lesz a 20-ik év végén annak, ki minden év elején 300 K -t helyez el félévi kamatosítás mellett 4% -ra?
22. Valaki 1875-től kezdve minden január elsején 500 K -t helyezett el $3\frac{5}{10}\%$ -os félévi kamatosítás mellett. 1902. január 5-én meghalt. Mennyi pénzt kaptak az örökösök?
23. Mennyit kellett 12 évig minden év elején 4% -ra elhelyeznünk, (félévi kamat) hogy ma 15000 K -t kaphassunk?
24. Mily nagy összeg törleszthető 8 év alatt 5% mellett 12000 K -s évi részletekkel?
25. Év végén esedékes 4500 K -s részletekkel hány év alatt lehet 20302·75 K -t letörleszteni (5%)?

26. Bizonyos házra 25000 K -t vesznek fel 5% -ra. Milyen évi részletekkel törleszthető le a kölcsön 20 év alatt?
27. Hány év alatt nő 14000 K $4\frac{1}{2}\%$ mellett annyira, mint 18000 K 8 év alatt 4% mellett?
28. Mily 10 utólagos részletben lehet 18000 K -t törleszteni (5%)?
29. Valaki 14720 K -val tartozik. Minden év végén 2000 K -t fizet. Hány év alatt fizeti ki adósságát (6%)?
30. Hány év alatt lesz kétszeres azonország lakossága, ahol az évi szaporodás a népesség $1 : 256$ része?
31. Valamely város lakossága 10 év alatt 72000-ről 85200-ra szaporodott. Hány év múlva várható, hogy e városnak 100000 lakosa lesz?
32. Valaki 1920 január 1-én 12500 K -t akar kapni. Mennyit kell évente elhelyeznie 1907 január 1-étől ($3\frac{1}{2}\%$)?
33. Valamely házért 5000 K -t azonnal és 2500 K -t 25 évig, minden év végén kell fizetni. Mennyi volt a vételár (5%)?
34. Valaki elhelyez 50000 K -t 5% -ra. Mennyi pénze lesz a 13-ik év végén, ha minden év kezdetén kivesz 2000 K -t?
35. 9500 K -hoz minden év elején 450 K -t teszünk. Mennyi pénzünk lesz 15 év múlva (4%)?
36. Mennyit kell évenként 20 éven át megtakarítanunk, hogy $4\frac{1}{2}\%$ -os félévi kamatosítás esetén 15 évig 1500 K évjáradékhoz legyen jogunk?
37. Mennyit kap nagykorúságakor az a fiú, kinek 8 éves korában 15000 K -t helyeznek el (5%), ha évi tartásdíja 800 K ?
38. Mennyit ér a még 13 évig esedékes évi 400 K járadék (4%)?
39. Hány év alatt lesz valamely erdő kiirtva, ha a fakészlet 18000 öl, az évi fogyasztás 1250 öl s a szaporodás $1\frac{7}{8}\%$?
40. A fakészlet 118700 m^3 , a növekedés $2\frac{1}{2}\%$; mennyi lehet az évi fogyasztás, ha a fát 11 év alatt kiirtják?
41. A 12000 K -s ház vételára 15 év alatt félévi előleges részletekben törlesztendő. Mennyi egy-egy részlet ($5\frac{1}{2}\%$)?

42. Valaki 25 évig minden 5-ik évben 2400 K járadékot élvez; mennyi ennek végértéke (4%)?
43. Veszít-e a biztosító-társaság, ha valaki 25 éves korában 10000 K -ra biztosítja életét, évente 240 K -t fizet és 55 éves korában meghal?
44. Mennyi pénzünk lesz a 15. év végén, ha az első év elején 350 K -t, minden következő év elején 50 K -val többet fizettünk be (4%)?
45. Az 1300 K -s még 13 évig, év végén esedékes járadékot 10 évig az év elején esedékessé akarjuk átváltoztatni. Mennyi az új járadék ($5\frac{1}{4}\%$)?
46. Mennyit kell minden év elején kamatos-kamatra elhelyezni, hogy 18 év elteltével 4473 K -ra szaporodjék ($3\frac{1}{2}\%$, félévi kamat)?
47. Törlesztési-terv készítendő 35 évre 60000 K kölcsön 3% os félévi visszafizetésére.
48. 35 év alatt (5%) mily nagy kölcsönt törleszthetünk évi 375 K -s részletekkel?
49. Egy részvény-társaság 5 millió koronát 24 év alatt kíván törleszteni (4%), mennyi az évi részlet?
50. 350000 K 30 év alatt törlesztendő (4%). Mennyi az évi részlet? Mennyi a 10-ik év végén a törlesztésre szánt összeg?
51. Hogy alakul az előbbi feladat megoldása, ha az annuitás félévi?
52. Mekkora kölcsön törleszthető 5% mellett 35 év alatt évi 600 K -val?
53. Mennyire nő 5400 K 12 év alatt (félévi kamatosítás és $3\frac{1}{2}\%$ mellett), ha a kamatokon kívül évenként még 200 K -val szaporítják a tőkét?
54. Valaki 25 év alatt 40000 K -t akar gyűjteni oly módon, hogy bizonyos tőkét elhelyez s még azt évenként 300 K -val szaporítja. Mennyi az előre elhelyezett tőke ($4\frac{1}{2}\%$)?
55. Mennyi az 1916 január 1-étől 20 éven át előre esedékes 800 K -s járadék értéke 1907 január 1-én ($3\frac{1}{2}\%$)?
56. Mennyire nő 3740 K 4% mellett 8 év alatt, ha még 450 K -val szaporítjuk évenként a tőkét?
57. Veszített-e az a társulat, mely a 34 éves férfiút 30000 K -ra biztosítván, 800 K évidíjat szed, ha az illető 54 éves korában meghal (4%)?
58. Valaki 20 éven át évenként 3600 K -t tőkésít ($3\frac{1}{2}\%$). A 20-ik év után megszünteti a befizetést

s minden évben 8 éven át 2000 K -t kivesz pénzéből. Mennyi pénze maradt még akkor?

59. Mennyit kell 35 évre ($4\frac{1}{4}\%$) egyszerre elhelyezni, hogy azután 15 évi 750 K -s előleges évjáradékhoz legyen jogunk?
60. A 20 évig esedékes 2400 K -s évjáradék hány évi 2000 K -s járadékra változtatható át (4%)?

19. §. A végtelen mértani haladvány.

Alkossuk a következő végtelen geometriai haladványok összegét:

1. $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ 2. $5 + \frac{15}{4} + \frac{45}{16} + \dots$
3. $\frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \dots$ 4. $3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots$
5. $1 + 0.1 + 0.01 + \dots$ 6. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$
7. $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots$ 8. $49 + 7 + 1 + \frac{1}{7} + \dots$
9. $1 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha + \dots$ ha $\alpha = 30^\circ$.
10. $6 - 1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} + \dots$ 11. $5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \dots$
12. $x = \frac{x}{7} + \frac{x}{49} + \dots$

Változtassuk közönséges törtékké a következő tiszta és vegyes szakaszos tizedes törtet:

13. $0.\dot{3}$; 14. $0.\dot{5}\dot{7}$; 15. $0.\dot{2}12\dot{8}$; 16. $0.\dot{3}4\dot{8}$; 17. $0.\dot{3}4\dot{5}$;
 18. $0.27\dot{3}7\dot{1}$; 19. $2.\dot{6}\dot{3}$; 20. $1.\dot{5}8\dot{1}$.
21. Mennyi a kvociense annak a végtelen geometriai haladványnak, melynek első tagja 3, összege 7?
22. Mennyi akkor, ha az első tag 6, az összeg 9?
23. Mennyi az első tagja annak a végtelen geometriai haladványnak, melynek kvociense 0.3 összege 30?
24. Mennyi akkor, ha a kvociens $\frac{1}{6}$, az összeg 9?

20. §. Másod- és felsőbbfokú egyenletek.

a) A gyökök és a koefficiensek összefüggése.

A diszkrimináns segítségével állapítsuk meg valóság-e, vagy képzetesek a következő egyenletek gyökei:

1. $x^2 - 2x - 3 = 0$. 2. $x^2 - 8x + 16 = 0$.
 3. $3x^2 - 8x + 4 = 0$. 4. $2x^2 - 5x + 7 = 0$.
 5. $x^2 - 12x + 20 = 0$. 6. $x^2 + 9x + 15 = 0$.
 7. $6x^2 - 8x + 3 = 0$. 8. $2x^2 - 5x + 7 = 0$.
 9. $9x^2 - 30x + 29 = 0$. 10. $x^2 - 8x + 15 = 0$.
 11. $x^2 - 11x + 10 = 0$. 12. $x^2 - 6x + 9 = 0$.

Bontsuk elsőfokú tényezőkre a következő másodfokú függvényeket:

13. $x^2 - 6x + 216$. 14. $x^2 + 2x - 35$.
 15. $x^2 - 15x + 54$. 16. $2x^2 - 3x - 5$.
 17. $x^2 - 4x - 45$. 18. $4x^2 - 4ax + (a^2 - b^2)$.
 19. $x^2 - 7ax + 6a^2$. 20. $x^2 - 2(a-1)x + (a^2 - 2a - 3)$.

Melyik azon másodfokú egyenlet, melynek gyökei:

21. 3 és -2. 22. 1 és -3. 23. 0,5 és -3.
 24. -3 és -7. 25. $m + n$ és $m - n$.
 26. $1 + \sqrt{6}$ és $1 - \sqrt{6}$. 27. $3 + 4i$ és $3 - 4i$.
 28. $2\sqrt{3}$ és $-2\sqrt{3}$. 29. $2 + 5\sqrt{-1}$ és $2 - 5\sqrt{-1}$.
 30. $2 + \sqrt{-1}$ és $2 - \sqrt{-1}$?

Az egyenletek megoldása nélkül határozzuk meg a gyökök előjelét a következőkben:

31. $x^2 - 6x + 5 = 0$. 32. $x^2 + 3x - 10 = 0$.
 33. $2x^2 - 5x + 7 = 0$. 34. $3x^2 - 17x + 10 = 0$.
 35. $9x^2 - 12x + 4 = 0$. 36. $3x^2 - 4x - 4 = 0$.
 37. $x^2 + 12x + 27 = 0$. 38. $6x^2 - 13x + 6 = 0$.
 39. Melyik azon másodfokú egyenlet, melyben a gyökök összege 19, szorzata 70?
 40. Melyik, a melyben a gyökök összege 3, szorzata $-8\frac{1}{2}$?

Mily értékű az $x^2 + px + q = 0$ egyenletre nézve:

41. $x_1 - x_2$. 42. $x_1^2 - x_2^2$. 43. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.
 44. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ 45. $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$

46. Fejtsük ki a 41—45. példában felírt alakokat $p=2$, $q=-15$ esetére.
47. Milyen az összefüggés p és q között, ha $x_1 = 3x_2$? Alkalmazzuk ezt $q=5$ esetre.
48. Mivel egyenlő q az $x^2 - 4x + q = 0$ egyenletben ha $x_1 = 3x_2$?
49. Mivel egyenlő p az $x^2 + px + 10 = 0$ egyenletben, ha $x_1^2 + x_2^2 = 29$?
50. Mivel egyenlő p az $4x^2 - 5px + p^2 = 0$ egyenletben, ha $x_1 - x_2 = 5/8$?

b) *Két egyenlet közös gyöke.*

Van-e, és ha igen, melyik a közös gyöke a következő egyenleteknek:

51. $2x^2 - 3x - 14 = 0$ és $5x + 12 = 2$.
52. $3x^2 - 15x + 18 = 0$ és $x^2 - 7x + 10 = 0$.
53. $3x^2 - 5x - 8 = 0$ és $x^2 + 5x + 4 = 0$.
54. $2x^2 - 10x + 8 = 0$ és $x^2 - 7x + 6 = 0$.
55. $x^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ és $x^2 - (a + 1)x + a = 0$.

Határozzuk meg m értékét úgy, hogy a két egyenletnek közös gyöke legyen:

56. $9x^2 - 15x + m = 0$ és $5x - 10 = 0$.
57. $2x^2 - 4x - 6 = 0$ és $2x + m = 0$.
58. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ és $2x^2 - mx + 4 = 0$.
59. $2x^2 - 3mx + 7 = 0$ és $5x + 3 = 0$.
60. $mx^2 - 9x + 1 = 0$ és $5x - 1 = 0$.

c) *Másodfokúra redukálható felsőbbfokú egyenletek.*

61. $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$. 62. $x^4 - 2x^2 - 63 = 0$.
63. $4x^4 - 7x^2 - 261 = 0$. 64. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.
65. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$. 66. $x^6 - 35x^3 + 216 = 0$.
67. $x + 3\sqrt{x} = 18$. 68. $4\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x} = 39$.
69. $\sqrt[3]{1+x} + 3\sqrt[6]{1+x} = 10$.
70. $x^6 - 17x^3 = 270$. 71. $3^{2x} - 9 \cdot 3^x = 486$.

72. $3\sqrt[3]{64} - 7\sqrt[2]{4} + 2 = 0.$
 73. $\sqrt[3]{x+12} + 3\sqrt[5]{x+12} - 10 = 0.$
 74. $3x^2 - x + \sqrt{3x^2 - x + 2} = 0.$
 75. $\sqrt{x^2+17} - \sqrt[4]{x^2+17} = 6.$
 76. $x^4 - 61x^2 + 900 = 0.$
 77. $\sqrt[3]{6x^2+30x+379} + 2\sqrt[6]{8x^2+30x+379} = 75.$
 78. $x^5 - 97x^4 + 1296 = 0.$
 79. $x - 9\sqrt{x} + 14 = 0.$ 80. $\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} = 3.$
 81. $2^{2x} - 25 \cdot 2^x + 144 = 0.$
 82. $x^2 + \sqrt{\frac{9}{4}x + x^2} = 30 - \frac{9}{4}x.$
 83. $8x^{-6} + 999x^{-3} = 125.$
 84. $3\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 40.$
 85. $x^2 - 6x + \sqrt{x^2 - 6x} = 12.$

d) Másodfokú egyenletrendszerek.

86. $x + y = 7.5$; $xy = 14.$ 87. $x - y = 2$; $xy = 63.$
 88. $x + y = 8$; $x^2 + y^2 = 34.$
 89. $x - y = 3$; $x^2 - 2y^2 = 17.$
 90. $xy = 45$; $\frac{x}{y} = 5.$ 91. $2x + 3y = 22$; $xy = 20.$
 92. $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 2$; $\frac{6}{xy} = \frac{1}{4}.$
 93. $x - y = \frac{5}{6}$; $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{13}{6}.$
 94. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$; $xy = 36.$
 95. $5x^2 + y = 3xy$; $2x - y = 0.$
 96. $x^2 - y^2 = 2a + 3$; $x^2 - xy = a + 2.$
 97. $x^2 - y\sqrt{xy} = 14$; $y^2 - x\sqrt{xy} = -7.$

98. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}; x^2 + y^2 = 160.$
99. $x - y = 3; x^3 - y^3 = 9(x^2 + y^2) - 144.$
100. $\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} = 13; x + y = 289841.$
101. Két szám összege 17, szorzatuk 72, melyik e két szám?
102. Két szám négyzetének összege 85, a két szám szorzata 18. Melyek e számok?
103. Két szám négyzetének összegéhez az első számot adva 276, a másodikat adva 277 az eredmény. Melyik e két szám?
104. A derékszögű négyszög területe 15 m^2 , kerülete 16 m. Hány m egy-egy oldal?
105. Két szám négyzetének összege 289; ha az elsővel egyet, a másodikat 3-mal növeljük, a négyzetek összege 377 lesz. Melyek e számok?
106. Négy szám számtani haladványt alkot, a 2 szélső tag szorzata 55, a középsőé 63. Melyek e számok?
107. A számtani haladványban az 1. és 3. tag négyzetének 20, a 2. és 4. tag négyzetének 34 az összege. Melyik e haladvány?
108. A számtani haladványban az 1. és 2. tag négyzetének összege 100, a 2. és 3. tag négyzetének összege 164. Melyik e sor?
109. Egy kétjegyű szám háromszor akkora, mint jegyeinek szorzata és négyakkora, mint jegyeinek összege. Melyik e szám?
110. Két kocka oldalainak különbsége 5 m, térfogataik különbsége 7625 m^3 . Mekkora az éleik?

e) Binom egyenletek.

111. $x^2 - 1 = 0.$ 112. $x^3 - 125 = 0.$ 113. $x^4 - 1 = 0.$
114. $x^5 - 1 = 0,$ 115. $x^6 - 1 = 0.$ 116. $x^3 + 8 = 0.$
117. $x^3 = 343.$ 118. $x^4 = 81.$ 119. $0.15x^5 = 153.6.$
120. $x^6 = \frac{4976}{2 \cdot 55}.$ 121. $x^6 + 64 = 0.$
122. $x^7 = -10 + 21\sqrt{7}.$ 123. $x^6 = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\sqrt{3}.$
124. $x^{10} = \sqrt{23 - 3i}.$ 125. $x^4 - \frac{81}{256} = 0.$

f) Reciprok egyenletek.

126. $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0.$

127. $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x + 1 = 0.$

128. $90x^4 - 399x^3 + 622x^2 - 399x + 90 = 0.$

129. $x^4 - 3x^3 + \frac{13}{4}x^2 - 3x + 1 = 0.$

130. $3x^4 + 7x^3 - 30\frac{1}{4}x^2 + 7x + 3 = 0.$

131. $6x^3 + 7x^2 - 7x - 6 = 0.$

132. $15x^5 - 49x^4 + 34x^3 + 34x^2 - 49x + 15 = 0.$

133. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0.$

134. $3ax^4 - (9a^2 + 1)x^3 + (9a^2 + 1)x - 3a = 0.$

135. $\operatorname{tg}^4 x + \frac{5}{6}\operatorname{tg}^3 x - 2\operatorname{tg}^2 x + \frac{5}{6}\operatorname{tg} x + 1 = 0.$

136. $5x^2 + \frac{5}{x^2} - 16x - \frac{16}{x} = 42.$

137. $3x^5 - 4x^4 + x^3 + x^2 - 4x + 3 = 0.$

138. $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 54\left(x + \frac{1}{x}\right) + 85 = 0.$

139. $4x^4 + 3x^3 - 24\frac{5}{2}x^2 + 3x + 4 = 0.$

140. $x^5 + x^4 + x^3 - x^2 - x - 1 = 0.$

141. $30x^4 - 101x^3 + 138x^2 - 101x + 30 = 0.$

142. $5x^4 - 12x^3 + 30x^2 - 12x + 5 = 0.$

143. $12x^3 - 37x^2 + 37x - 12 = 0.$

144. $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0.$

145. $x^5 + 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1 = 0.$

21. §. A másodfokú függvény maximuma és minimuma.

Határozzuk meg a következő függvények maximum v. minimum értékét:

1. $-2x^2 + 5x - 2.$ 2. $8 + 2x - x^2.$

3. $2x + 3(4-x)^2.$ 4. $x^2 + 13x - 5.$ 5. $8 - 10x + x^2.$

6. $x^2 + x + 1.$ 7. $\frac{x^2 - x - 4}{x - 1}.$ 8. $\frac{x - 4}{x^2 - 3x - 5}.$

9. $-x^2 + 2x - 3.$

10. $7 - 11x - 3x^2.$

11. $\frac{4}{x-3} - \frac{16}{x-7}.$

12. $3x + \sqrt{24x - 54 - x^2}.$

13. $4x - x^2 - 7.$

14. $\frac{2x - 3 + \sqrt{13 - 4x}}{2}.$

15. $\sqrt{3-x} + \sqrt{5x-4}.$

16. Bontsuk 100-at két összeadandóra: *a)* melyek szorzata maximum, *b)* melyek négyzeteinek összege minimum.

17. Bontsuk 85-öt két részre, melyek négyzetgyökeinek összege maximum.

18. Négyzetbe írjunk derékszögű négyszöget, melynek területe maximum.

19. Melyik a körbe írható legnagyobb derékszögű négyszög?

20. Melyik a körbe írható legnagyobb egyenlőszárú háromszög?

21. Adott kerületű derékszögű négyszögek közül határozzuk meg előbb a legnagyobb területűt, majd a legrövidebb átlóját.

22. Az egyenlő területű derékszögű négyszögek közül melyiknek minimum a kerülete?

23. Írjuk az α oldalú négyzet köré a legkisebb egyenlőszárú háromszöget oly módon, hogy a négyzet egyik oldala a háromszög alapvonalán legyen.

24. Adott szög két szára közt lévő M ponton át húzzunk egyenest, oly módon, hogy a keletkező háromszög területe minimum legyen

$$(t = \frac{1}{2} ab \sin \gamma).$$

25. Az r sugarú, a középpontból d távolságban lévő körszeletbe írjunk legnagyobb kerületű derékszögű négyszöget.

26. Keressük a legnagyobb területű háromszöget azok közül, melyekben két oldal összege m , az ezen oldalaktól bezárt szög γ .

27. Adva van z szám; mekkora x érték mellett lesz az $x^3 - (z-x)^3$ kifejezés maximum?

28. Az r sugarú körben adott α húrra írjuk a legnagyobb kerületű háromszöget.

- 29.** A P és Q erők α szög alatt működnek. Mely irányban lesz komponenseik összege a legnagyobb?
- 30.** Adott kör köré írjunk legkisebb kerületű egyenlőszárú háromszöget.

22. §. Elsőfokú határozatlan egyenletek.

Fejtsük meg egész számokban a következő egyenleteket:

1. $7x + 5y = 72$. 2. $2x + 3y = 17$.
 3. $15x + 21y = 93$. 4. $8x + 3y = 53$. 5. $3x + y = 20$
 6. $7x + 2y = 71$. 7. $3x + 8y = 128$.
 8. $2x + 17y = 70$. 9. $10x - 3y = 5$. 10. $5x - 4y = 2$
 11. $6x - 7y = 15$. 12. $17x - 12y = 25$.
 13. $7x - 4y = 5$. 14. $9x - 5y = 16$. 15. $13x - y = 1$.

Fejtsük meg pozitív egész számokban a következő egyenleteket:

16. $5x + 7y = 170$. 17. $3x + 8y = 100$.
 18. $11x + 2y = 84$. 19. $101x - 375y = 1053$.
 20. $8x + 13y = 207$. 21. $5x + 7y = 170$.
 22. $4x + 3y = 1920$. 23. $8x - 3y = 10$.
 24. $3x + 6y = 33$. 25. $12x + 21y = 297$.
 26. $5x - 3y = 1$. 27. $8x + 5y = 76$.
 28. $x + y + z = 50$; $2x + 13y + 17z = 500$.
 29. $x + y - z = 8$; $2x - y - 2z = 1$.
 30. $x - y = 2$; $3y + 5z = 30$.
 31. $12x - 16y + 11z = 57$; $3x + 17y - 10z = 23$.
 32. $3x - 4y + 5z = 20$.
 $7x + 8y - 3z = 28$.
 33. Bontsuk 27-tel 5-tel és 4-gyel osztható két részre.
 34. Bizonyos gabona-kereskedő a búza q -ját 16, a rozsét 12 K -ért vette és 4468 K -t adott ki. Hány q búzát és hány q rozsot vett?
 35. Ha valamely szám 18-szorosából egy másik 15-szörösét elveszem, még 7 megmarad. Melyik e két szám?

36. Bontsuk 100-at 7 és 9-cel osztható két részre
37. Egy borkereskedőnek bizonyos fajta bora csak 147 l-es, egy másiknak ugyanolyan csak 35 l-es hordókban van. Hány hordót ad és hányat kap az első, hogy a másodikkal szemben fennálló 526 l. tartozását kiegyenlítse?
38. Két szám közül az elsőt 17-tel osztva 1-et, a másodikat 19-cel osztva 10-et nyerek maradékul. Melyek e számok?
39. Valaki 1 K -ért 10, 14 és 18 fill.-es szivart akar venni. Hányféleképen teheti?
40. 229 K -ért 22 m. $5\frac{1}{2}$, 10 és 15 K -s posztót vettem. Hány m-t adtak mindegyikből?
41. Bizonyos társaság 71 K -t költött, melyből egy férfirra 6, egy nőre 4 s egy gyermekre 1 K esett. Hány férfi, nő és gyermek volt a társaságban?
42. Valaki 1898-ban annyi idős, hogy éveinek száma születési éve számjegyeinek összegével egyenlő. Hány éves?
43. Egy métert 2 részre osztottak; az egyik cm-ekben kifejezve 3-mal osztható, a másik 12-vel osztva 7-et ad maradékul. Melyek e részek?
44. Az ebéd $38\frac{1}{4}$ K -ba került. A férfiak $1\frac{3}{4}$, a nők $1\frac{1}{5}$ K -t fizettek fejenként. Hány férfi és hány nő volt jelen?
45. A borkereskedőtől 39 K értékben bort rendeltünk. A fehér bor palackja $1\frac{1}{2}$ K , a vöröské $1\frac{4}{5}$ K . Hány palack volt mindegyikből.
46. A vadászaton 19 vadat ejtettek el, 200 K értékben. Hány szarvas (drbja 50 K), őz (à 24 K) és nyúl (à 2 K) esett el?
47. Két szám különbsége 11. A nagyobbik 13-mal, a kisebbik 3-mal osztható. Melyek e számok?
48. B-nek 704 drb szarvasmarhája van, vagyis 19-szer annyi ökre és 23-szor annyi tehene, mint A-nak. Mennyi ökre és tehene van A-nak?
49. Egy műhelyben 30 munkás dolgozik 30, 24 és 14 K hetibér mellett. Hány van mindegyik csoportban, ha az összes hetibér 700 K ?
50. A társaságban férfiak, nők és gyermekek vannak. Minden férfi 3, minden nő 2 és minden gyermek 0.5 K értéket fogyaszt. Hány férfi, nő és gyermek volt, ha összesen 20 K -t költöttek?

FÜGGELÉK.

23. §. A kapcsolástan elemel.

1. Hány permutáció képezhető 5, 6, 8, 10, 12 elemből?
2. Hányféleképen változtathatja a helyét egy asztal körül 7 (9) egyén?
3. Hány különböző 6-jegyű számot alkothatunk az 1, 2, 3, 4, 5, 6, számokból?
4. Melyik az $abcdef$ elemekből alkotható 517 permutáció?
5. Hányadik permutációja $abcdef$ -nek $ceafdb$?
6. Hányadik permutációja a *veréb* szónak a *véreb* szó?
7. 3 vörös és 7 különböző színű golyót hány egymástól eltérő sorrendben állíthatunk egymás mellé?
8. Hány különböző 7-jegyű számot állíthatunk elő az 6345321; 2322141 számokból?
9. Hány különböző színű golyót állíthatunk 5040 különböző sorrendbe?
10. Hányadik permutációja *atlasz* az *asztal* szónak?
11. Hányadik permutációja *kereséd* az *érdekes* szónak?
12. Alkossuk a *Balaton* szó 2457-ik permutációját.
13. Alkossuk az ismétlés nélküli kettős és hármas variációkat abc , $abcd$, $abcde$ elemekből.
14. Alkossuk a jelzett variációkat ismétléssel.
15. Hány ismétlés nélkül való 4-es variáció alkotható 6 (8) elemből?
16. Ismétléssel hány variáció alkotható 5 elemből?
17. Hány 3 jegyű szám alkotható 1, 2, 3... 9-ből?
18. 4 elemből hányadrendű ismétléssel való variációt alkothatunk 1024-et?
19. A 75 tagból álló testület 9 tagú különböző című hivatalnoki kart választ; hányféleképen írhatják meg a szavazólapokat?
20. Hány 5 jegyű számot alkothatunk a 2, 3, 5 számjegyekből?
21. Állítsuk elő a *munkás* szó 65. (87), (156) ismétlés nélkül való variációját.
22. Az *lagpké* betűk hányadik ismétlés nélkül való 3-as variációi a: *gép*, *pék*, *kap*, *lép* szók?

23. Hány 3 jegyű számot alkothattunk összesen?
24. A 0 1 2 jegyekből hány ötjegyű számot alkothattunk?
25. Mennyi az összes lehetséges ambó, ternó, kvaternó 8 (56) elemből?
26. Mennyi az *abcdef* elemekből? Mennyi 90 elemből?
27. Hányféleképpen lehet a 32 kártyát 4 játékosnak kiosztani?
28. Hány különböző vetést tehetünk 3 kockával?
29. 10 szinből 2–2 keverésével hány színvegyülék állítható elő?
30. Hány elemből állíthatunk elő 1365 kvaternót?
31. Hány elemből alkothattunk 13-szor annyi kvaternót, mint ambót?
32. Hány elemből alkothattunk 3024 ismétléssel való 4-ed osztályú kombinációt?
33. Hány elemből nyerünk ismétlés nélkül annyi kombinációt, mint 12-ből ismétléssel?
34. Hány elemből nyerünk 35 harmadosztályú kombinációt ismétléssel (a nélkül)?
35. Hányféleképpen vehet részt az 5 fiú és 8 leányból álló társaság oly játékban, melyben egyszerre 3 fiú és 5 leány foglalkozik?
36. Mennyi az elemek száma, ha azokból ismétléssel való hármas kombinációt 121-gyel többet alkothattunk, mint ismétlés nélkül valót?

24. §. A kéttagnak szorzatai és hatványai.

Állítsuk elő a következő szorzatokat:

1. $(x + 3)(x + 5)(x + 7)(x + 9)$.
2. $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$.
3. $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7)$.
4. $(x + 1)(x - 3)(x - 4)(x + 8)$.
5. $(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)(x - 6)$.
6. $(x - 1)(x + 2)(x + 3)(x - 4)$.

Fejtsük ki a következő alakokat:

7. $(a + x)^6$.
8. $(1 + x)^4$.
9. $(x - 1)^6$.
10. $(3x - 2)^6$.
11. $\left(1 - \frac{x}{2}\right)^6$.
12. $(x + iy)^8$.
13. $(x^{-2} - 2y)^6$.
14. $(1 + \sqrt{x})^6$.

15. $(x+2)^5 + (x-2)^5$. 16. $(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})^5$.
 17. $(x+2)^4 - (x-1)^4$. 18. $(x+1)^8 + (x-1)^8$.
 19. $(1+x)^6 - (1-x)^6$. 20. $(1-i)^6; \left(x + \frac{1}{x}\right)^5$.
 21. $(2+i\sqrt{5})^6 + (2-i\sqrt{5})^6; (2x+4y+1)^5$.

Fejtsük ki 5 tizedesig a következőket:

22. $2\,005^4$. 23. $1\,012^6$. 24. $(0\,572)^8$. 25. $1\,017^5$

Határozzuk meg:

26. $\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right)^5$ hatvány 3. tagját.
 27. $\left(\frac{x}{5} + 2\right)^7$ hatvány 6. tagját.
 28. $\left(4 - \frac{x}{3}\right)^{16}$ hatvány 7. és 12. tagját.
 29. $\left(\frac{x^2}{4} + \frac{5}{6}\right)^{10}$ hatvány középső tagját.
 30. $(a^2 - 5b^2)^{15}$ hatvány 8. tagját.

25 §. Valószínűség számítás.

Mekkora a valószínűség, hogy 18 golyó közül fehéret húzzunk, ha azok közt van:

- 5 fehér golyó? 2. 3 fehér golyó?
- Számítsuk ki a két előbbi példára az ellentett valószínűséget, azaz, hogy nem fogunk fehér golyót húzni.
- Mekkora a valószínűség arra, hogy a 32 kártya közül vöröset húzzunk?
- Mekkora arra, hogy „király“-t húzzunk?
- Mennyi a valószínűség arra, hogy 3 kockával összesen 8-at dobunk?
- Egy urnában 8 zöld, 12 vörös és 6 sárga golyó van. Mekkora a valószínűség arra, hogy az első húzásra zöldet (vöröset) húzzunk?
- Mekkora az előbbi példában az ellentett valószínűség?
- Kisorsolásnál száz szám van. Mekkora a valószínűség a nyeresre, ha 3 számot veszünk?

10. A 7. példára nézve mekkora a valószínűség, hogy 3 húzásra 2 vöröset húzunk?
11. Mekkora a valószínűség arra, hogy 70 szám közül 4 húzásra csupa páratlan szám kerüljön elő?
12. Mennyi a valószínűség arra, hogy 3 kockával előbb 6, a második vetésre összesen 7 szem essék?
13. Mi a valószínűség arra, hogy 32 kártya közül 3-szor egymásután mindig *felső*-t húzunk?
14. Mi a relatív valószínűség arra, hogy 2 kockával inkább 5, mint 8 szemet dobunk?
15. Melyik összeg valószínűsége a legnagyobb a két kockával történő dobásnál?
16. Mennyi a valószínűség arra, hogy két játék kártyából 1—1 zöldet húzunk?
17. Mekkora valószínűséggel kezd a 3 játékos mindegyike a kockajátékhoz, ha a tétet az nyeri, aki legkevesebbet dob?
18. Mekkora az előbbi példát véve a 3-ik játékos nyerési reménye, ha a két első már 6—6 szemet dobott?
19. Valaki 8 *K*-t nyer, ha 2 kockával 7 szemet dob. Mekkora a nyeremény reménybeli értéke?
20. Valaki minden kockavetésre 5 fill.-t tesz és annyi fill.-t kap, ahány szemet dob. Melyik játékosra nézve előnyös ez a fogadás?
21. Ha 90 számból az ambóért a tét 240-szeresét fizetik, mennyi a játészó hátránya a játékban?
22. Igazságos játéknál a tét hányszorosát kell fizetni 90 számból a ternóért?
23. Mennyi nyereménynek kell esni 90 számból a kvaternóért 1 *K* betétre?
24. Igazságos-e az a játék, melynél a játékos 2 kockával dobva 10 f-re 20-at kap, ha egyenlő a felső lapokon a szemek száma és 40 f-t, ha az egyiken 2-szer annyi van, mint a másikon?
25. Mennyi a valószínűség és 5 *K* betét mellett a nyerési összeg nagysága, ha valaki arra fogad, hogy 30 szám közül 3 olyat húz, melyek összege 20-nál kevesebb?

TARTALOM.

ELSŐ RÉSZ.

	Lap
1. §. Bevezetés az algebraba. Az algebra jelei	3
2. §. Algebrai mennyiségek összeadása és kivonása	6
3. §. Algebrai mennyiségek szorzása	9
4. §. Algebrai mennyiségek osztása	12
5. §. Közös osztó és közös többszörös	15
6. §. Műveletek algebrai törtekkel	17
7. §. Négyzet és köb	22
8. §. Elsőfokú egyenletek egy ismeretlennel	23

MÁSODIK RÉSZ.

9. §. Elsőfokú egyenletrendszerek	30
10. §. Gyökvonás, irracionális, imaginárius és komplex számok	35
11. §. Számolás gyökmennyiségekkel	40
12. §. Irracionális egyenletek	44
13. §. A másodfokú egyenlet	44

HARMADIK RÉSZ.

14. §. Negatív és törtexponensek. Számrendszerek	51
15. §. A logaritmus és az exponenciális egyenlet	57
16. §. A számtani haladvány	62
17. §. A véges mértani haladvány	64

NEGYEDIK RÉSZ.

18. §. A kamatos-kamatszámítás	66
19. §. A végtelen mértani haladvány	70
20. §. Másod- és felsőbbfokú egyenletek	70
a) A gyökök és koefficiensek összefüggése	70
b) Két egyenlet közös gyöke	72
c) Másodfokúra redukálható felsőbbfokú egyenletek	72
d) Binom egyenletek	73
e) Reciprok egyenletek	74
f) Másodfokú egyenletrendszerek	75
21. §. A másodfokú függvény maximuma és minimuma	75
22. §. Elsőfokú határozatlan egyenletek	77

FÜGGELÉK.

23. §. A kapcsolástan elemei	79
24. §. A kéttagúak szorzatai és hatványai	80
25. §. Valószínűségi számítás	81



OSZK

Országos Széchényi Könyvtár

